

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИГНАЛОВ ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ

ПРАКТИКУМ

СОТНИКОВ А.А.,
КИМ Т.А., РОЗАНОВ И.А.



А.А. Сотников, Т.А. Ким, И.А. Розанов

Имитационное моделирование сигналов информационно-управляющих систем

Практикум

Электронное издание
локального распространения

Санкт-Петербург
Наукоемкие технологии
2022

© Сотников А.А., Ким Т.А., Розанов И.А., 2022
ISBN 978-5-6047846-0-0

УДК 004.94
ББК 30в6
С67

Рецензент:
доктор технических наук, профессор
Сюзев Владимир Васильевич,
МГТУ им. Н.Э. Баумана

С67 Сотников А.А., Ким Т.А., Розанов И.А. Имитационное моделирование сигналов информационно-управляющих систем [Электронный ресурс]: практикум / А.А.Сотников, Т.А.Ким, И.А.Розанов. – Электрон, текстовые дан. (18,5 Мб). – СПб.: Научные технологии, 2022. – 147 с. – 1 электрон., опт. диск (CD-ROM).

ISBN 978-5-6047846-0-0

В основе книги лежит восемь практических задач из разных технических областей, связанных с имитационным моделированием сигналов информационно-управляющих систем: работа со звуком, изображениями, видеофрагментами, радиолокация и другие. Решение каждой задачи сопровождается необходимыми краткими теоретическими сведениями, а также кодом в программной среде MathWorks® MATLAB®.

Книга представляет собой практический курс, ориентированный на студентов — бакалавров и магистров, специалистов, проходящих подготовку по направлениям обучения «Информатика и вычислительная техника», «Информационные системы и технологии», «Компьютерная безопасность», «Информационная безопасность» и «Прикладная математика и информатика», а также по другим направлениям, учебные планы которых содержат дисциплины, использующие цифровую обработку сигналов. Она будет полезна также аспирантам, инженерам и научным работникам, специализирующимся в области цифровой обработки сигналов информационно-управляющих систем.

Текстовое электронное издание
Минимальные системные требования:

- процессор: Intel x86, x64, AMD x86, x64 не менее 1 ГГц;
- оперативная память RAM ОЗУ: не менее 512 МБайт;
- свободное место на жестком диске (HDD): не менее 120 МБайт;
- операционная система: Windows XP и выше;
- Adobe Acrobat Reader;
- дисковод CD-ROM;
- мышь.

УДК 004.94
ББК 30в6

ISBN 978-5-6047846-0-0

© Сотников А.А., Ким Т.А., Розанов И.А., 2022

Учебное издание

Сотников Алексей Александрович
Ким Тамара Александровна
Розанов Иван Александрович

Имитационное моделирование сигналов
информационно-управляющих систем

Практикум

Текстовое электронное издание

Издательство «Наукоемкие технологии»
ООО «Корпорация «Интел Групп»
<https://publishing.intelgr.com>
E-mail: publishing@intelgr.com
Тел.: +7 (812) 945-50-63

Подписано к использованию 06.02.2022
Объем издания — 18,5 Мб
Комплектация издания — 1 CD
Тираж 100 CD

ISBN 978-5-6047846-0-0



Оглавление

Введение в имитационное моделирование сигналов	5
Лабораторная работа №1. Непрерывные, дискретные и цифровые сигналы	10
Лабораторная работа №2. Детерминированные сигналы и их основные ха- рактеристики	27
Лабораторная работа №3. Случайные сигналы и их характеристики. Псев- дослучайные сигналы	45
Лабораторная работа №4. Простые и сложные сигналы в локации. База сигнала. Функция неопределенности	67
Лабораторная работа №5. Фазоманипулированные сигналы	86
Лабораторная работа №6. Звуковые сигналы	102
Лабораторная работа №7. Комплексные сигналы. Многомерные сигналы. Изображения и видеофрагменты	117
Лабораторная работа №8. Имитационное моделирование сигналов по спек- тральным и корреляционным характеристикам	131
Список литературы	147

Введение

В ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИГНАЛОВ

Сигнал — это физический процесс, являющийся средством переноса информации [1]. Если о сигнале заранее неизвестно абсолютно ничего, то его нельзя принять. Если о сигнале заранее известно все, то его не нужно принимать.

В окружающем нас мире существуют всевозможные сигналы различной формы и природы происхождения. Часть сигналов являются естественными, а часть сигналов создана человеком. Сигналы окружают нас повсюду. Они исходят от радиопередатчиков, телевизоров, смартфонов и радаров — это лишь малая часть источников. Оповещения смартфона, звуковые сигналы автомобилей, сообщения на табло вокзала, данные, передающиеся по высокоскоростным сетям. Некоторые сигналы обеспечивают нашу жизнедеятельность (речь, жесты или мимика человека), некоторые приносят удовольствие (музыка, фильмы), а некоторые нежелательны в какой-то конкретной ситуации. В контексте информационно-управляющих систем сигналы являются носителями информации от датчиков к вычислительной подсистеме, от вычислительной подсистемы к исполнительным устройствам, при сетевом взаимодействии вычислительных подсистем между собой. В электрической системе примерами таких сигналов могут быть напряжение, ток, количество заряда. В механической системе — координаты положения объекта, его скорость или масса. В финансовой системе сигналами может являться цена акции, процентная ставка или обменный курс. Пример классификации сигналов приведен на рисунке 1.

По назначению сигнала. Один и тот же сигнал в зависимости от поставленной перед разработчиком задачи может нести полезную информацию, то есть быть *целевым* или наоборот затруднять приём информации, то есть представлять собой *шум* (в случае естественного происхождения сигнала) или *помеху* (в случае искусственного происхождения сигнала).

По непрерывности значений. Все сигналы, существующие в природе, принято считать непрерывными или *аналоговыми*, так как они определены в любой момент времени или точке пространства. Однако с появлением цифровых вычислительных машин возникла необходимость преобразования аналоговых сигналов в *дискретные* и *цифровые*. Рассмотрению этих видов сигналов посвящена лабораторная работа «Непрерывные, дискретные и цифровые сигналы».

По характеру изменения. В зависимости от закона изменения функции, описывающей сигнал, а также функции изменения параметров сигнала различают *детерминированные*, *случайные* и *псевдослучайные*. Подробному рассмотрению этих видов сигналов посвящены лабораторные работы «Детерминированные сигналы и их основные характеристики» и «Случайные сигналы и их характеристики. Псевдослучайные сигналы».

По занимаемой полосе частот. В зависимости от ширины полосы частот, которую занимает спектр сигнала различают *узкополосные* и *широкополосные* сигналы. На практике узкополосным можно считать сигнал, ширина спектра

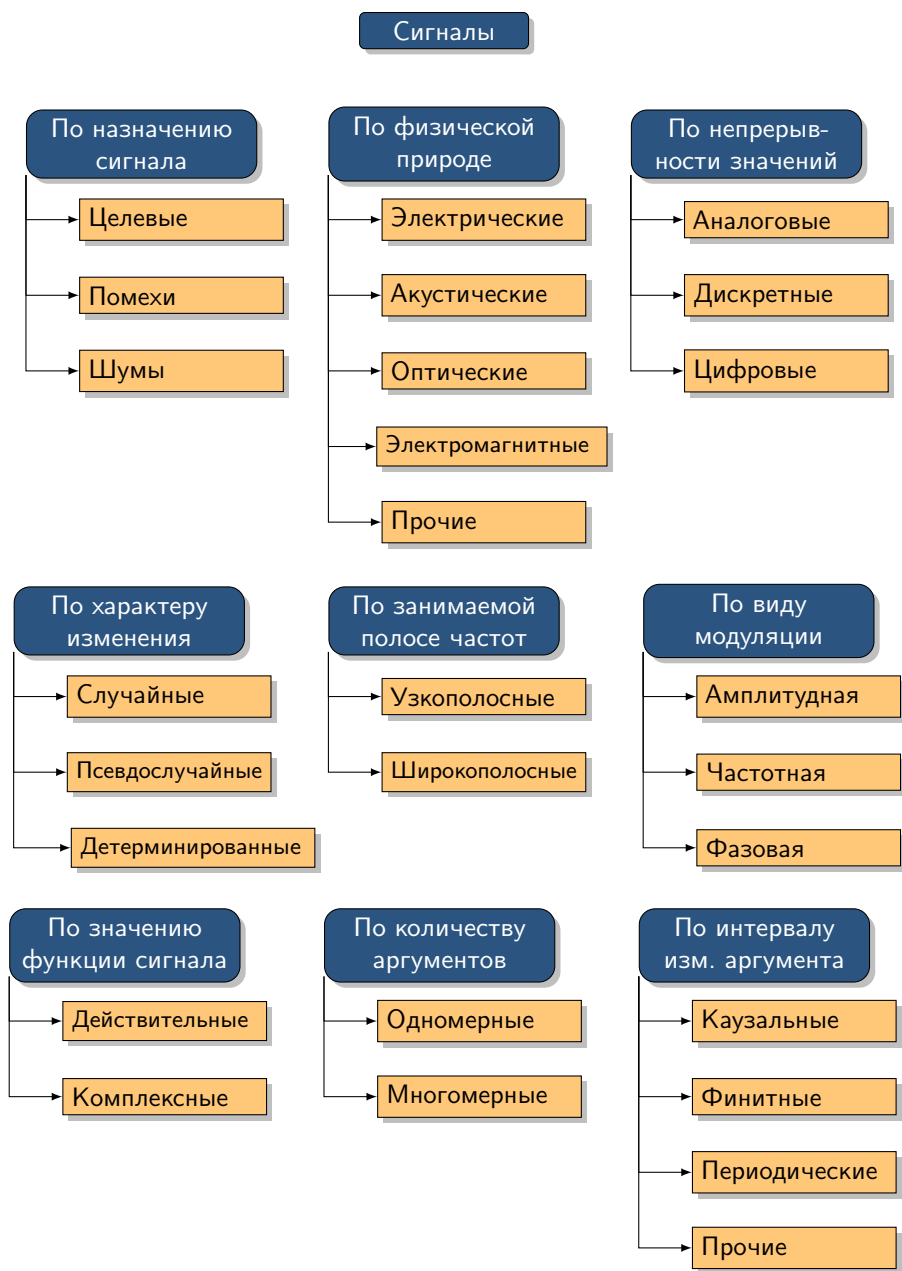


Рис. 1. Классификация сигналов

которого составляет не более 10% от значения несущей частоты. В лабораторной работе «Простые и сложные сигналы в локации. База сигнала. Функция неопределенности» рассмотрены характеристики и их сравнение для узкополосных и широкополосных сигналов.

По виду модуляции. Передача информации с помощью сигнала осуществляется в различных физических средах. Соответственно, для различных физических условий распространения волны применяются свои оптимальные интервалы изменения значений параметров несущего колебания. Так например, в гидролокации применяются сигналы в частотном диапазоне от 1 до 100 кГц, а в радиолокации от 0,1 до 300 ГГц. Передачу информации с помощью напряжения по проводнику и вовсе можно осуществить постоянными уровнями 0 и 5 В, например. Кодирование информации осуществляется изменением параметров (*модуляцией*) несущего колебания по заданному закону в заданном диапазоне. В зависимости от типа изменяемого параметра различают *частотную, амплитудную, фазовую* модуляции. Кроме того, существуют и комбинированные виды модуляции, например, QAM (Quadrature amplitude modulation)— амплитудно-фазовый вид модуляции сигнала и применяется в цифровых телекоммуникационных системах. В описании лабораторной работы «Фазоманипулированные сигналы» приведены тексты программ имитационного моделирования сигналов с фазовой модуляцией.

По количеству аргументов (функции, описывающей сигнал). Наиболее простыми для представления и обработки являются *одномерные* сигналы — сигналы, значения функции которых зависят лишь от одного аргумента (например, времени). Примером такого сигнала можно считать акустический сигнал (разговор, песня, гидролокационная посылка и т.д.). Тем не менее, *многомерные* сигналы встречаются в нашей жизни не реже. В качестве примера можно привести шероховатость поверхности, фото-, видеоизображения и т.д. В лабораторной работе «Звуковые сигналы» предпринята попытка работы с аудиосигналами, а в лабораторной работе «Комплексные сигналы. Многомерные сигналы. Изображения и видеофрагменты» — с фото- и видеоизображениями.

По интервалу изменения аргумента. Сигналы задаются на определенном интервале изменения аргумента описывающей функции. Сигнал, имеющий начало во времени, называется *каузальным*. Если за пределами конечного интервала сигнал принимается равным нулю, то называется ещё и *финитным*. Сигнал считается *периодическим*, если любые его значения повторяются через интервал, равный периоду [1].

По значению функции сигнала. В зависимости от типа значения функции, описывающей сигнал, принято различать *действительные* или *комплексные* сигналы. В реальной жизни существуют лишь действительные сигналы, тем не менее комплексные сигналы в некоторых случаях являются более удобными в обработке. Лабораторная работа «Комплексные сигналы. Многомерные сигналы. Изображения и видеофрагменты» посвящена имитационному моделированию и графическому представлению сигнала, описанного комплексной функцией.

По физической природе сигнала. Так как сигнал по определению является физическим процессом, то и многообразие сигналов с различной природой огра-

ничивается лишь количеством видов физических процессов. В качестве примера можно привести *электрические, акустические, оптические, электромагнитные* сигналы.

Для описания сигналов часто используют их *математические модели*, в частности, функции описания сигналов вида $S(\vec{X}, \vec{P})$, где $\vec{X} = (x_1, \dots, x_n)$ — вектор аргументов сигнала; $\vec{P} = (p_1, \dots, p_m)$ — вектор параметров сигнала.

Такие модели позволяют описывать общие свойства различных по физической природе сигналов, а также проводить их сравнительный анализ. С появлением и развитием вычислительной техники всё большую актуальность приобретает *имитационное моделирование* сигналов.

Имитационное моделирование как метод научного исследования предполагает использование компьютерных технологий для замены различных объектов или процессов моделями в тех случаях, когда работа с реальными объектами процессами невозможна или нецелесообразна [2].

Имитационное моделирование сигналов может быть основано на непосредственной реализации заданного закона функции описания сигнала, либо на обеспечении требуемых характеристик сигнала. Так, например, в лабораторной работе «Имитационное моделирование сигналов по спектральным и корреляционным характеристикам» предложено реализовать сигнал с заданной автокорреляционной функцией или функцией спектральной плотности мощности.

Примером эффективного использования имитационного моделирования сигналов является проектирование систем управления сложными техническими объектами, испытания которых не могут быть проведены автономно в лабораторных условиях предприятия-разработчика. Как правило, в таких случаях проектированию предшествует декомпозиция.

Декомпозиция — это научный метод, использующий структуру задачи и позволяющий заменить решение сложной задачи решением нескольких более простых подзадач. Декомпозиция позволяет рассматривать любую исследуемую систему как сложную, состоящую из отдельных взаимосвязанных подсистем, которые, в свою очередь, также могут быть разделены на части. В процессе проектирования декомпозиция неразрывно связана с последующей *композицией* — объединением отдельных подсистем в единую систему и проведением соответствующих испытаний.

На рисунке 2 представлена обобщённая функциональная схема сложного технического объекта.

Автономная отработка системы управления такого устройства стала бы возможной благодаря декомпозиции и при наличии средств имитационного моделирования сигналов датчиков (рисунок 3).

Кроме того, имитационное моделирование сигналов самой системы управления может быть полезным при проектировании исполнительных устройств (рисунок 4). Использование имитационного моделирования сигналов при проектировании сложных технических объектов, как правило, позволяет снизить стоимость и время разработки, зачастую может обеспечить прогнозируемую смену режимов работы системы управления, что несомненно способствует повы-

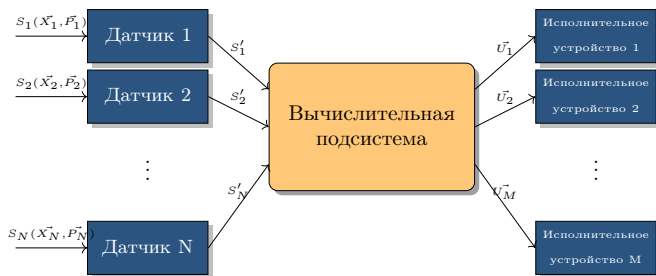


Рис. 2. Обобщённая функциональная схема информационно-управляющей системы

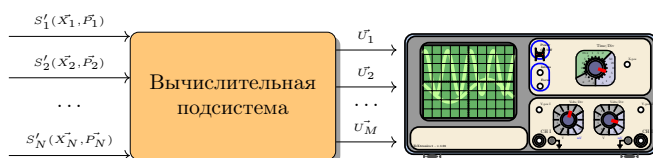


Рис. 3. Функциональная схема имитационного моделирования сигналов датчиков информационно-управляющей системы

шению эффективности процесса проектирования. При этом важно помнить, что имитационное моделирование может применяться только на предварительных стадиях испытаний сложных технических объектов, на заключительных же этапах необходимы испытания реальных систем в реальных условиях эксплуатации.



Рис. 4. Функциональная схема имитационного моделирования сигналов исполнительных устройств информационно-управляющей системы

Лабораторная работа №1

Непрерывные, дискретные и цифровые сигналы

Цель работы

Практическое исследование этапов аналого-цифрового преобразования сигналов с использованием современных средств имитационного моделирования. Сравнительный анализ аналогового, дискретного и цифрового сигналов. Приобретение практических навыков применения программных средств имитационного моделирования цифровых сигналов.

Основные теоретические сведения

Непрерывным или *аналоговым* называется сигнал, функция описания которого имеет непрерывные области определения и значений.

Цифровым называется сигнал, функция описания которого дискретна, а значения соответствуют конечному набору закодированных определенным образом уровней (уровни квантования).

Преобразование сигнала из аналогового в цифровой вид выполняется специальным электронным устройством (микросхемой) — аналого-цифровым преобразователем (АЦП), а обратная операция — цифро-аналоговым преобразователем (ЦАП). Основные этапы преобразования аналогового сигнала в цифровой представлены на рисунке 5. Рассмотрим последовательно этапы аналого-цифрового преобразования.



Рис. 5. Основные этапы преобразования аналогового сигнала в цифровой сигнал

Этап 1. Дискретизация сигнала по времени.

Дискретизацией по времени называется процесс выборки значений функции, описывающей сигнал, для заданных дискретных значений аргумента (рисунк 6). Полученные в результате дискретизации значения часто называют *отсчетами сигнала*.

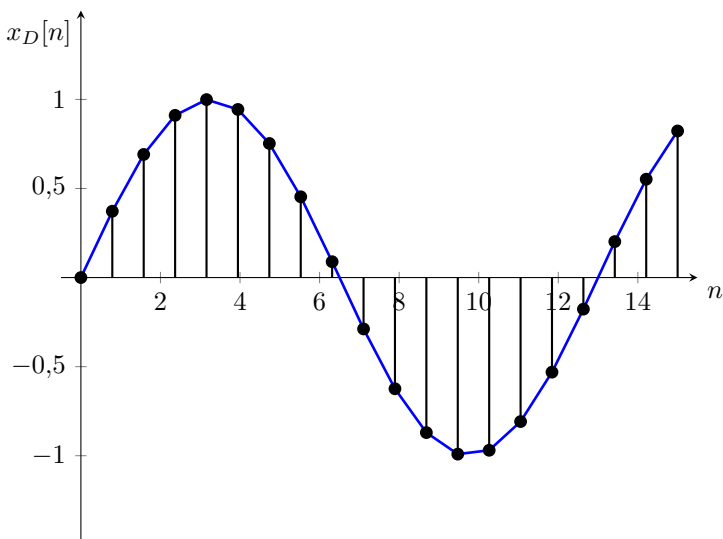


Рис. 6. Дискретизация сигнала по времени

Как правило, на практике применяется равномерная дискретизация. В этом случае значения аргумента функции выбираются через равные промежутки времени — *период дискретизации* T_d . На практике вместо периода дискретизации часто применяется обратная величина — *частота дискретизации*

$$f_d = \frac{1}{T_d}.$$

Выбор частоты дискретизации для сигналов с ограниченным частотным спектром должен выполняться на основании теоремы Найквиста-Котельникова, в соответствии с которой частота дискретизации должна определяться соотношением

$$f_d > 2f_{max}, \quad (1)$$

где f_{max} — максимальное значение частоты в спектре сигнала. Невыполнение этого требования приводит к искажениям сигнала, связанным с эффектом наложения спектра. Как видно из соотношения (1), теорема Найквиста-Котельникова не накладывает ограничения сверху на значение частоты дискретизации, при этом на практике выбор слишком больших значений приводит к избыточным требованиям к объему памяти и вычислительной производительности устройства цифровой обработки сигналов.

Формально дискретизацию по времени можно описать выражением

$$x_d(nT_d) = x(t)|_{t = nT_d}, n = 0, 1, 2, \dots$$

В том случае, если $T_d = \text{const}$ (равномерная дискретизация), то зачастую обозначение отсчетов дискретного сигнала заменяют обозначением эквивалентной последовательности — $x_d(n)$.

Область определения функции описания дискретного сигнала является дискретной, а область значений — непрерывной.

Этап 2. Квантование по уровню.

Квантованием по уровню называется процесс замещения бесконечного множества возможных значений функции, описывающей дискретный сигнал $x_d(n)$, в заданном диапазоне изменения конечным числом значений $x_q(n)$ (рисунок 7). Значения квантованного сигнала называются *уровнями квантования*. Интервал между уровнями квантования называется *шагом квантования* и для равномерного квантования определяется выражением

$$D_q = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n_q},$$

где n_q — число уровней квантования;

x_{\max} — максимальное значение функции;

x_{\min} — минимальное значение функции.

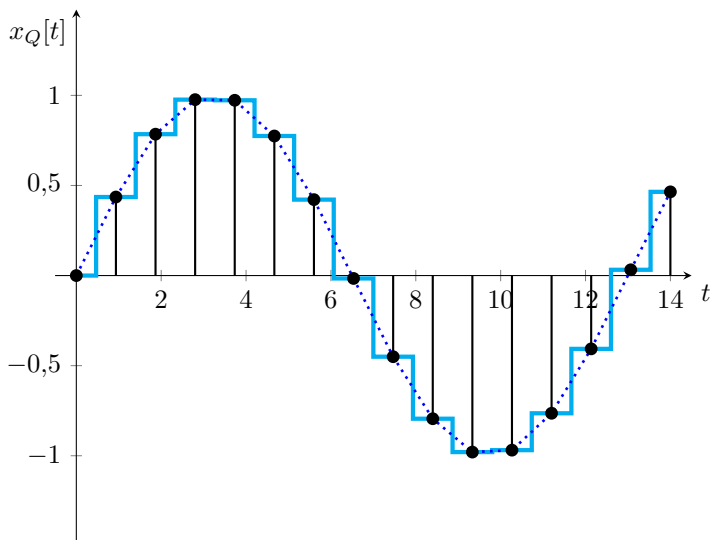


Рис. 7. Квантование сигнала по уровню

На практике в электронной вычислительной технике наиболее широкое применение нашло цифровое кодирование в двоичном коде. Количество уровней квантования на практике можно вычислить по формуле

$$n_q = 2^b,$$

где b — разрядность аналого-цифрового преобразователя.

В зависимости от способа замещения бесконечного количества значений функции конечным различают квантование с усечением и с округлением. Значения сигнала, полученные в процессе квантования с усечением определяются выражением

$$x_q(n) = \left[\frac{x_q(n)}{D_q} \right] \cdot D_q. \quad (2)$$

Значения сигнала, полученные в процессе квантования с округлением определяются выражением

$$x_q(n) = \left[\frac{x_q(n)}{D_q} + 0,5 \right] \cdot D_q. \quad (3)$$

Анализируя выражения (2) и (3), можно сделать вывод, что при квантовании по уровню неизбежно возникают нелинейные искажения сигнала, которые носят название *шум квантования*.

Абсолютная погрешность квантования определяется выражением

$$\varepsilon(n) = x_q(n) - x_d(n)$$

и является равномерно распределенной случайной величиной. Её максимальное значение вычисляется по формуле $\max(|\varepsilon(n)|) = \frac{D_q}{2}$, дисперсия определяется выражением $\sigma_\varepsilon^2 = \frac{D_q^2}{12}$, а плотность вероятности равна $f_\varepsilon = \frac{1}{D_q}$ [3]. Таким образом, очевидно, что абсолютная погрешность квантования уменьшается с уменьшением шага квантования или увеличением количества уровней квантования.

Этап 3. Цифровое кодирование.

Цифровое кодирование — это процесс сопоставления цифрового кода, соответствующего уровню квантования, каждому значению дискретного квантованного сигнала.

На рисунке 8 представлена разрядная сетка электронной вычислительной машины.

Рассмотрим кодирование целых чисел. Крайний правый разряд считается младшим разрядом, а крайний левый — старшим. При преобразовании биполярных сигналов используется специальное кодирование, например, прямой, обратный или дополнительный коды. В этом случае крайний левый разряд служит для хранения знака числа. В прямом, обратном и дополнительном кодах знаковый разряд формируется одинаково: для отрицательных чисел он принимает значение

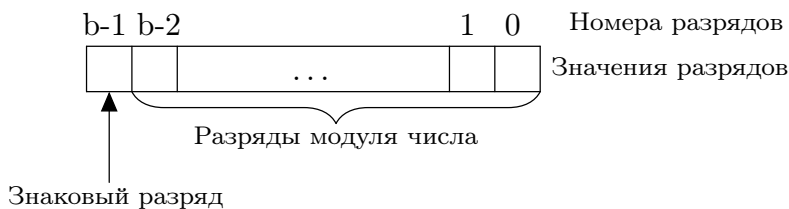


Рис. 8. Разрядная сетка электронной вычислительной машины

«1», а для положительных — «0», а правила кодирования разрядов модуля числа отличаются.

При выполнении кодирования в *прямой код* числовые разряды положительных и отрицательных чисел остаются без изменения. С учетом изменения знакового разряда для отрицательных чисел преобразование можно описать выражением

$$x'_f(n) = \begin{cases} x(n), & x(n) \geq 0 \\ 2^{b-1} + |x(n)|, & x(n) < 0 \end{cases}.$$

При выполнении кодирования в *обратный код* числовые разряды положительных чисел остаются без изменения, а отрицательных чисел — инвертируются. С учетом формирования значения знакового разряда преобразование можно описать выражением

$$x'_r(n) = \begin{cases} x(n), & x(n) \geq 0 \\ 2^b - 1 + |x(n)|, & x(n) < 0 \end{cases}.$$

При выполнении кодирования в *дополнительный код* числовые разряды положительных чисел остаются без изменения, а для отрицательных чисел преобразование осуществляется добавлением «1» к обратному коду. С учетом формирования значения знакового разряда преобразование можно описать выражением

$$x'_a(n) = \begin{cases} x(n), & x(n) \geq 0 \\ 2^b - |x(n)|, & x(n) < 0 \end{cases}.$$

В таблице 1 в качестве примера приведено кодирование чисел для разрядности $b = 4$. Как видно из таблицы, особенностью прямого и обратного кодов является двойственность ноля: положительный ноль «+0» и отрицательный ноль «-0». Дополнительный код имеет только один ноль и является наиболее распространенным способом кодирования информации в современных электронных вычислительных машинах. Основным преимуществом его применения является возможность замены в арифметико-логических устройствах компьютера операции вычитания операцией сложения.

Таблица 1. Кодирование чисел в прямом, обратном и дополнительном кодах для разрядности $b = 4$

Число	Прямой код	Обратный код	Дополнительный код
-8	—	—	1000
-7	1111	1000	1001
-6	1110	1001	1010
-5	1101	1010	1011
-4	1100	1011	1100
-3	1011	1100	1101
-2	1010	1101	1110
-1	1001	1110	1111
0	1000(0000)	1111(0000)	0000
1	0001	0001	0001
2	0010	0010	0010
3	0011	0011	0011
4	0100	0100	0100
5	0101	0101	0101
6	0110	0110	0110
7	0111	0111	0111

Пример изображения аналогового и соответствующего ему цифрового сигнала во временной области после последовательного выполнения операций дискретизации, квантования и цифрового кодирования с представлением в дополнительном коде приведен на рисунке 9.

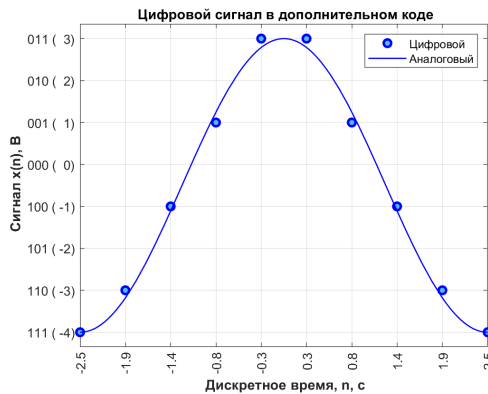


Рис. 9. Изображение аналогового и соответствующего ему цифрового сигнала

Задачи и порядок выполнения работы

Для успешного выполнения работы необходимо:

1. Выполнить имитационное моделирование аналогового гармонического сигнала одной частоты, описываемого функцией

$$x(t) = A_0 + A \cos(2\pi ft + \varphi)$$

на временном интервале $t \in [t_{min}; t_{max}]$ с использованием символьных переменных;

2. Построить график функции, описывающей аналоговый сигнал;
3. Выполнить моделирование аналого-цифрового преобразования с частотой дискретизации f_d и разрядностью b . Кодирование сигнала реализовать с помощью прямого, обратного или дополнительного кода;
4. Построить графики соответствующих функций для дискретного, квантованного и цифрового сигналов;
5. Оценить параметры шума квантования сигнала, построить гистограмму статистического распределения абсолютной погрешности квантования и сопоставить полученные результаты с теоретическими значениями.

После выполнения экспериментальной части необходимо ответить на предложенные контрольные вопросы для закрепления пройденного материала и установления взаимосвязи между полученными результатами практических работ и теоретическими знаниями.

Результаты работы рекомендуется оформить в виде отчета, в котором должна содержаться следующая информация: цель работы; решённые в процессе её достижения задачи; основные математические выражения, использованные при решении задач; текст программы или схема моделирования, результаты моделирования в виде графиков и заключение, позволяющее сделать вывод о сопоставимости результатов практической работы с теоретическими сведениями.

Пример выполнения работы в среде MathWorks MATLAB

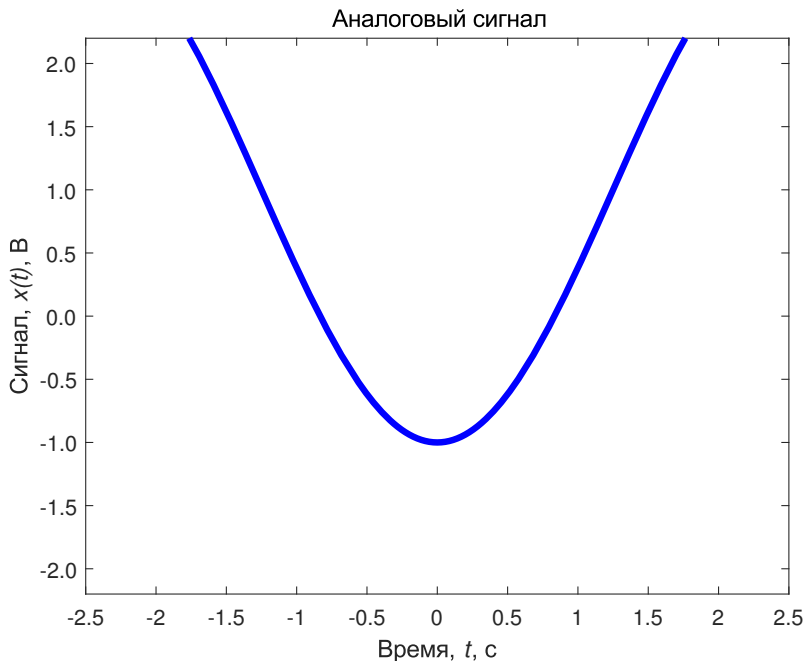
1. Моделирование аналогового, дискретного, квантованного и цифрового сигналов

1.1. Инициализация и формирование значений основных параметров

```
1 % Имитационное моделирование аналогового, дискретного и
2 % квантованного сигнала на примере функции косинуса
3 clear all; % Очистка памяти
4 close all; % Закрытие всех окон с графиками
5 clc; % Очистка окна команд и сообщений
6 tColor='b'; % Цвет графиков во временной области
7 Color0='r'; % Цвет графиков эталонного сигнала
8 tColorLight=[0.3 0.7 0.9]; % Цвет графиков во временной области
9 fColor=[1 0.4 0]; % Цвет графиков в частотной области
10 eColor=[0.85 0.325 0.098]; % Цвет графиков погрешности
11 eColorLight=[0.9 0.9 0.4]; % Цвет графиков погрешности
12 eColorDark=[0.635 0.078 0.184]; % Цвет графиков погрешности
13
14 syms x y; % Определяем символьные переменные
15 A=2; % Амплитуда сигнала, В
16 A0=1; % Начальная амплитуда
17 f=0.2; % Частота сигнала, Гц
18 fd=5; % Частота дискретизации, Гц
19 b=4; % Разрядность АЦП
20 phi = pi;
21 tmin=-2.5; % Начальное время моделирования
22 tmax= 2.5; % Конечное время моделирования
```

1.2. Моделирование аналогового сигнала

```
1 % Моделирование аналогового сигнала
2 xa=A0 + A*cos(2*pi*x*f+ phi); % Формирование значений
3 % Формирование графика
4 figure;hPlot=fplot(xa,'Color', tColor,'LineWidth', 3);
5 axis([tmin tmax -A-0.2 A+0.2]); % Диапазон значений осей
6 title({'\rm Аналоговый сигнал'}); % Заголовок
7 xlabel('Время,\it t\rm, c'); % Надпись оси абсцисс
8 ylabel('Сигнал,\it x(t)\rm, B'); % Надпись оси ординат
9 ytickformat('%.1f'); % Формат значений по оси ординат
```

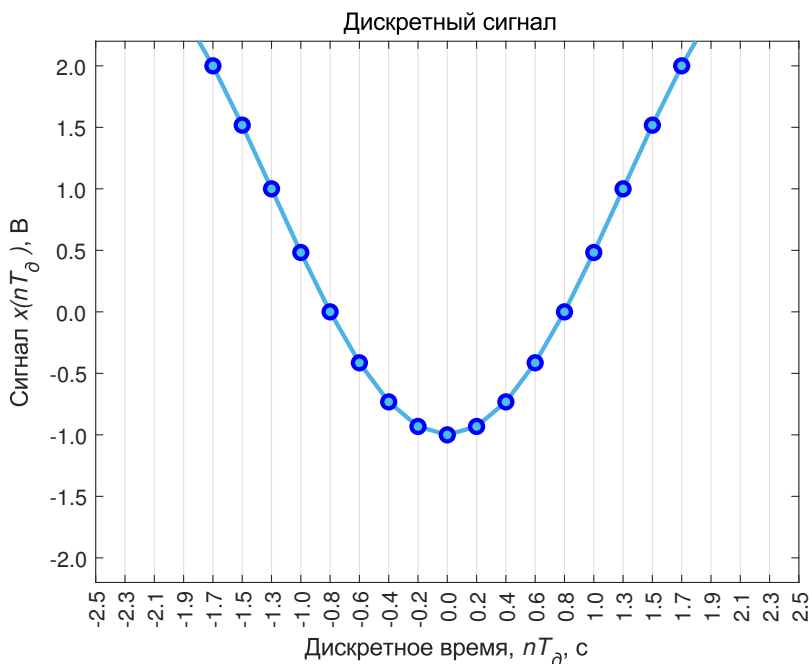


1.3. Моделирование дискретного сигнала

```

1 % Моделирование дискретного сигнала
2 td=linspace(tmin,tmax,round((tmax-tmin)*fd)); % Формирование области определения
3 xd1=subs(xa, x, td); % Формирование значений
4 xd=double(xd1); % Преобразование символьных выражений в числовые
5 % Формирование графика
6 figure; plot(td,xd, 'o-', 'Color', tColorLight,...
7             'LineWidth', 2, 'MarkerEdgeColor', tColor,...
8             'MarkerFaceColor',[0.3010, 0.7450, 0.9330]);
9 axis([tmin tmax -A-0.2 A+0.2]); % Диапазон значений осей
10 set(gcf, 'CurrentAxes', 'FontSize', 10); % Изменение шрифта
11 title({'\rm Дискретный сигнал'}); % Заголовок
12 xlabel('Дискретное время,\it nT_д\rm, с'); % Надпись оси абсцисс
13 ylabel('Сигнал\it x(nT_д)\rm, В'); % Надпись оси ординат
14 xticks(td); % Надписи по оси абсцисс
15 xtickangle(90); % Поворот надписей по оси абсцисс
16 xtickformat('%.1f'); % Формат значений по оси абсцисс
17 ytickformat('%.1f'); % Формат значений по оси ординат
18 set(gcf, 'XGrid', 'on'); % Сетка графика

```

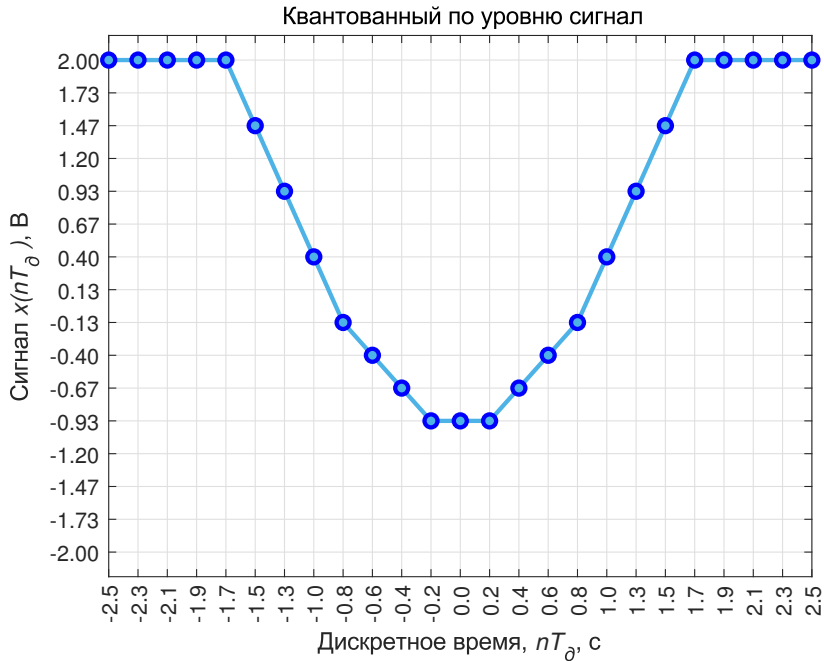


1.4. Моделирование квантованного сигнала

```

1  % Моделирование квантованного сигнала
2  N=2^b; % Количество уровней квантования
3  q=2*A/(N-1); % Шаг квантования
4  levels=-A+q/2:q:A-q/2; % Уровни сравнения сигнала
5  codebook=-A:q:A; % Уровни квантования сигнала
6  [ind, xq, D]=quantiz(xd, levels, codebook); % Формирование значений
7  % Формирование графика
8  figure; plot(td,xq, 'o-', 'Color', tColorLight,...
9              'LineWidth', 2, 'MarkerEdgeColor', tColor,...
10             'MarkerFaceColor',tColorLight);
11  xticks(td); % Надписи по оси абсцисс
12  yticks(codebook); % Надписи по оси ординат
13  xtickformat('%.1f'); % Формат значений по оси абсцисс
14  ytickformat('%.2f'); % Формат значений по оси ординат
15  xtickangle(90); % Поворот надписей по оси абсцисс
16  grid on; % Сетка графика
17  axis([tmin tmax -A-0.2 A+0.2]); % Диапазон значений осей
18  set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', 10); % Изменение шрифта
19  title({'\rm Квантованный по уровню сигнал'}); % Заголовок
20  xlabel('Дискретное время,\it nT_d\rm, с'); % Надпись оси абсцисс
21  ylabel('Сигнал\it x(nT_d)\rm, В'); % Надпись оси ординат

```

1.5. Моделирование цифрового сигнала

```

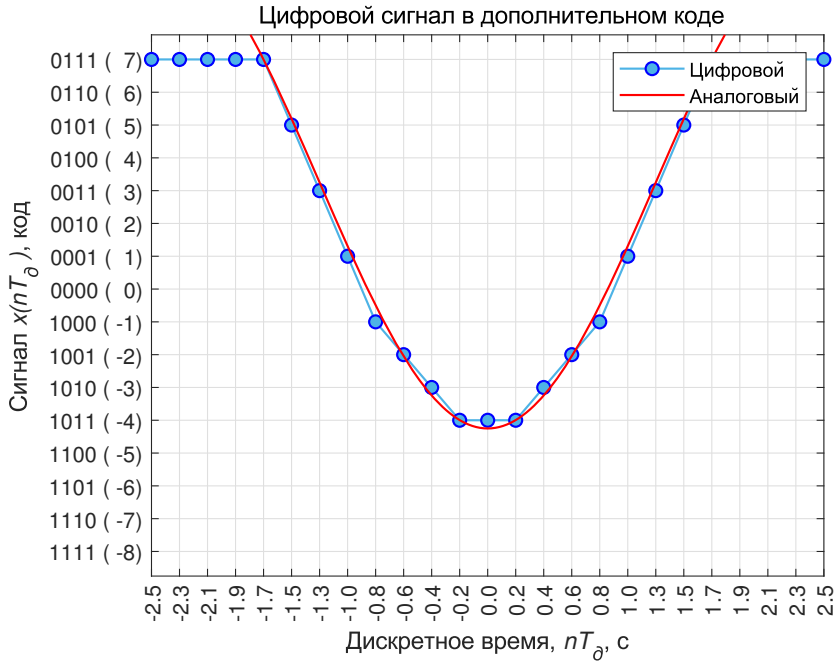
1 % Моделирование цифрового сигнала
2 codes=-N/2:N/2-1; % Массив кодированных значений
3 codescomp=codes;
4 codescomp(1:end/2)=N/2-1-codes(1:end/2); % Дополнительный код
5 bincodes=dec2bin(codescomp); % Коды в двоичной системе
6 ylabelns compose('%s (%3d)',bincodes,codes'); % Надписи оси ординат
7 % Формирование графика
8 figure; plot(td,xq, 'o-', 'Color', tColorLight,...
9             'LineWidth', 1, 'MarkerEdgeColor', tColor,...
10            'MarkerFaceColor',tColorLight);
11 xticks(td); % Надписи по оси абсцисс
12 yticks(codebook); % Надписи по оси ординат
13 xtickformat('%1f'); % Формат значений по оси абсцисс
14 yticklabels(ylabels); % Формат значений по оси ординат
15 xtickangle(90); % Поворот надписей по оси абсцисс
16 grid on; % Сетка графика
17 axis([tmin tmax -A-0.2 A+0.2]); % Диапазон значений осей
18 set(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', 10); % Изменение шрифта
19 title({'\rm Цифровой сигнал в дополнительном коде'}); % Заголовок
20 xlabel('Дискретное время,\it nT_d\rm, с'); % Надпись оси абсцисс
21 ylabel('Сигнал\it x(nT_d)\rm, код'); % Надпись оси ординат

```

```

22 hold on; fplot(xa,'Color',Color0,'LineWidth', 1);
23 legend('Цифровой','Аналоговый');

```



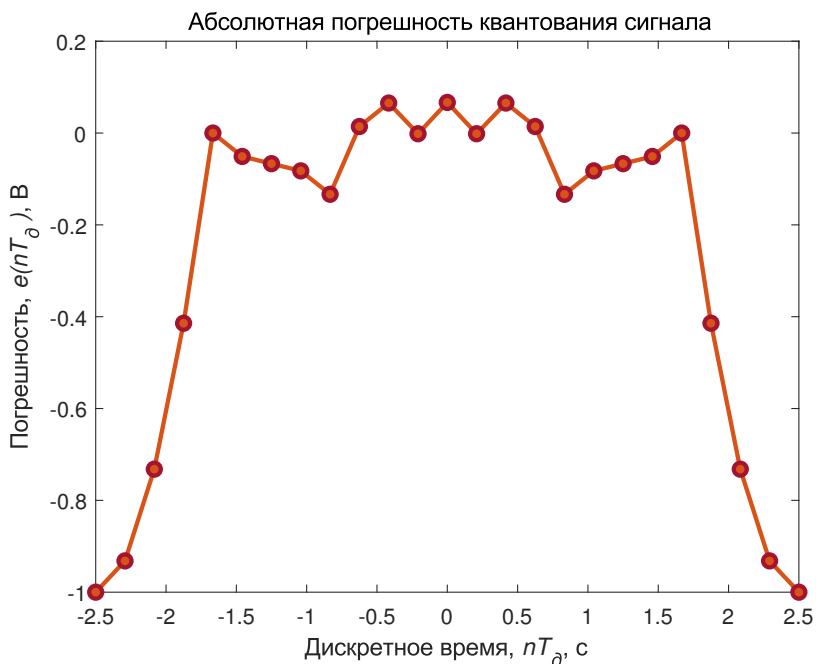
s

1.6. Вычисление абсолютной погрешности цифрового сигнала

```

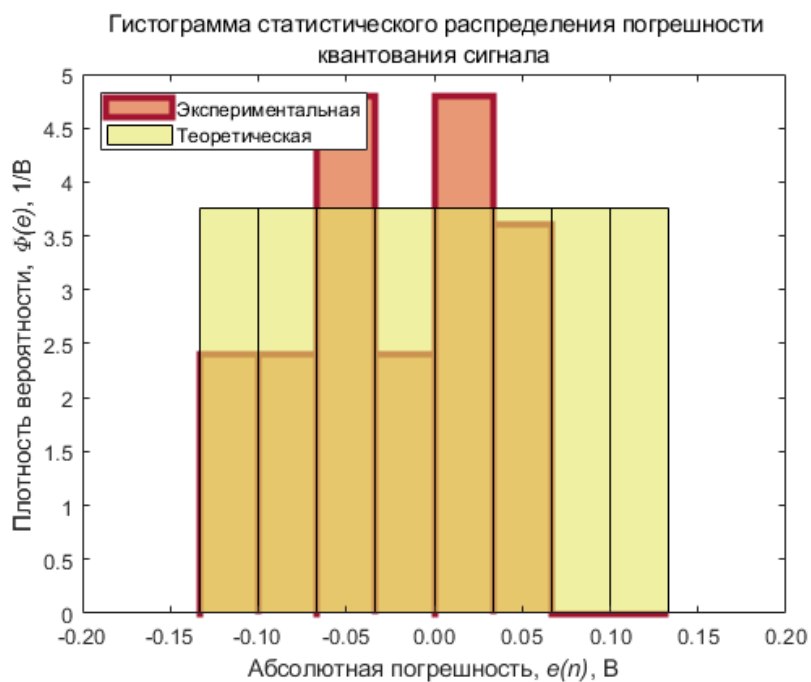
1 % Вычисление погрешности цифрового сигнала
2 ex=xq-xd; % Формирование значений
3 % Формирование графика
4 figure; plot(td,ex,'o-','Color', eColor,'LineWidth',2,...
5     'MarkerEdgeColor',eColorDark,...
6     'MarkerFaceColor',eColor);
7 set(gcf, 'CurrentAxes', 'FontSize', 10); % Изменение шрифта
8 title({'\rm Абсолютная погрешность квантования сигнала'}); % Заголовок
9 xlabel('Дискретное время,\it nT_d\rm, с'); % Надпись оси абсцисс
10 ylabel('Погрешность,\it e(nT_d)\rm, B'); % Надпись оси ординат

```



```

1
2 % Формирование гистограммы статистического распределения погрешности
3 % квантования сигнала
4 nBars=8; % Количество прямоугольников гистограммы
5 edges=linspace(-A/(N-1),A/(N-1),nBars+1); % Формирование границ диапазонов
6 figure; histogram(ex,edges,'EdgeColor',eColorDark,...
7     'Normalization','pdf','FaceColor',eColor,...
8     'LineWidth',3); % Экспериментальная
9 set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', 10); % Изменение шрифта
10 xlim([-1.5*A/(N-1) 1.5*A/(N-1)]); % Диапазон значений осей
11 xtickformat('%0.2f'); % Формат значений по оси абсцисс
12 title({'\rm Гистограмма статистического распределения погрешности',...
13     'квантования сигнала'}); % Заголовок
14 xlabel('Абсолютная погрешность,\it e(n)\rm, В'); % Надпись оси абсцисс
15 ylabel('Плотность вероятности,\it \Phi(e)\rm, 1/В'); % Надпись оси ординат
16 hold on; histogram('BinEdges',edges,'BinCounts',ones(nBars,1),...
17     'Normalization','pdf','FaceColor',eColorLight); % Теоретическая
18 legend('Экспериментальная','Теоретическая','Location','northwest');
```



Варианты заданий для самостоятельной работы

№	Задание	№	Задание
1	$t_{min} = 8 \text{ с}; t_{max} = 18 \text{ с};$ $A = 5 \text{ В}; A_0 = 7 \text{ В};$ $f = 3 \text{ Гц};$ $\varphi = \frac{\pi}{2};$ Код: прямой.	16	$t_{min} = 15 \text{ с}; t_{max} = 36 \text{ с};$ $A = 9 \text{ В}; A_0 = 5 \text{ В};$ $f = 3 \text{ Гц};$ $\varphi = \frac{\pi}{3};$ Код: обратный.
2	$t_{min} = 15 \text{ с}; t_{max} = 22 \text{ с};$ $A = 5 \text{ В}; A_0 = 3 \text{ В};$ $f = 1 \text{ Гц};$ $\varphi = \frac{\pi}{5};$ Код: дополнительный.	17	$t_{min} = 18 \text{ с}; t_{max} = 41 \text{ с};$ $A = 7 \text{ В}; A_0 = 1 \text{ В};$ $f = 8 \text{ Гц};$ $\varphi = \frac{\pi}{4};$ Код: прямой.
3	$t_{min} = 15 \text{ с}; t_{max} = 22 \text{ с};$ $A = 9 \text{ В}; A_0 = 1 \text{ В};$ $f = 9 \text{ Гц};$ $\varphi = \frac{\pi}{3};$ Код: прямой.	18	$t_{min} = 6 \text{ с}; t_{max} = 18 \text{ с};$ $A = 8 \text{ В}; A_0 = 10 \text{ В};$ $f = 4 \text{ Гц};$ $\varphi = \frac{\pi}{4};$ Код: прямой.
4	$t_{min} = 17 \text{ с}; t_{max} = 32 \text{ с};$ $A = 5 \text{ В}; A_0 = 9 \text{ В};$ $f = 2 \text{ Гц};$ $\varphi = \frac{\pi}{3};$ Код: прямой.	19	$t_{min} = 6 \text{ с}; t_{max} = 15 \text{ с};$ $A = 2 \text{ В}; A_0 = 2 \text{ В};$ $f = 3 \text{ Гц};$ $\varphi = \frac{\pi}{4};$ Код: обратный.
5	$t_{min} = 17 \text{ с}; t_{max} = 48 \text{ с};$ $A = 5 \text{ В}; A_0 = 6 \text{ В};$ $f = 3 \text{ Гц};$ $\varphi = \frac{\pi}{3};$ Код: прямой.	20	$t_{min} = 18 \text{ с}; t_{max} = 28 \text{ с};$ $A = 9 \text{ В}; A_0 = 8 \text{ В};$ $f = 1 \text{ Гц};$ $\varphi = \frac{\pi}{2};$ Код: прямой.
6	$t_{min} = 10 \text{ с}; t_{max} = 32 \text{ с};$ $A = 8 \text{ В}; A_0 = 8 \text{ В};$ $f = 5 \text{ Гц};$ $\varphi = \frac{\pi}{5};$ Код: дополнительный.	21	$t_{min} = 4 \text{ с}; t_{max} = 15 \text{ с};$ $A = 3 \text{ В}; A_0 = 6 \text{ В};$ $f = 8 \text{ Гц};$ $\varphi = \frac{\pi}{2};$ Код: прямой.
7	$t_{min} = 10 \text{ с}; t_{max} = 30 \text{ с};$ $A = 1 \text{ В}; A_0 = 10 \text{ В};$ $f = 5 \text{ Гц};$ $\varphi = \frac{\pi}{5};$ Код: прямой.	22	$t_{min} = 9 \text{ с}; t_{max} = 27 \text{ с};$ $A = 6 \text{ В}; A_0 = 4 \text{ В};$ $f = 5 \text{ Гц};$ $\varphi = \frac{\pi}{4};$ Код: дополнительный.
8	$t_{min} = 13 \text{ с}; t_{max} = 39 \text{ с};$ $A = 4 \text{ В}; A_0 = 5 \text{ В};$ $f = 5 \text{ Гц};$ $\varphi = \frac{\pi}{4};$ Код: дополнительный.	23	$t_{min} = 11 \text{ с}; t_{max} = 19 \text{ с};$ $A = 1 \text{ В}; A_0 = 5 \text{ В};$ $f = 4 \text{ Гц};$ $\varphi = \frac{\pi}{5};$ Код: прямой.

№	Задание	№	Задание
9	$t_{min} = 10 \text{ с}; t_{max} = 30 \text{ с};$ $A = 8 \text{ В}; A_0 = 6 \text{ В};$ $f = 8 \text{ Гц};$ $\varphi = \frac{\pi}{5};$ Код: обратный.	24	$t_{min} = 11 \text{ с}; t_{max} = 22 \text{ с};$ $A = 7 \text{ В}; A_0 = 3 \text{ В};$ $f = 2 \text{ Гц};$ $\varphi = \frac{\pi}{2};$ Код: обратный.
10	$t_{min} = 8 \text{ с}; t_{max} = 30 \text{ с};$ $A = 8 \text{ В}; A_0 = 7 \text{ В};$ $f = 8 \text{ Гц};$ $\varphi = \frac{\pi}{3};$ Код: дополнительный.	25	$t_{min} = 19 \text{ с}; t_{max} = 42 \text{ с};$ $A = 5 \text{ В}; A_0 = 9 \text{ В};$ $f = 1 \text{ Гц};$ $\varphi = \frac{\pi}{5};$ Код: обратный.
11	$t_{min} = 10 \text{ с}; t_{max} = 18 \text{ с};$ $A = 10 \text{ В}; A_0 = 2 \text{ В};$ $f = 9 \text{ Гц};$ $\varphi = \frac{\pi}{2};$ Код: обратный.	26	$t_{min} = 14 \text{ с}; t_{max} = 30 \text{ с};$ $A = 10 \text{ В}; A_0 = 10 \text{ В};$ $f = 6 \text{ Гц};$ $\varphi = \frac{\pi}{4};$ Код: обратный.
12	$t_{min} = 7 \text{ с}; t_{max} = 16 \text{ с};$ $A = 1 \text{ В}; A_0 = 5 \text{ В};$ $f = 1 \text{ Гц};$ $\varphi = \frac{\pi}{4};$ Код: обратный.	27	$t_{min} = 17 \text{ с}; t_{max} = 32 \text{ с};$ $A = 1 \text{ В}; A_0 = 9 \text{ В};$ $f = 2 \text{ Гц};$ $\varphi = \frac{\pi}{3};$ Код: прямой.
13	$t_{min} = 3 \text{ с}; t_{max} = 19 \text{ с};$ $A = 9 \text{ В}; A_0 = 6 \text{ В};$ $f = 3 \text{ Гц};$ $\varphi = \frac{\pi}{4};$ Код: обратный.	28	$t_{min} = 4 \text{ с}; t_{max} = 28 \text{ с};$ $A = 6 \text{ В}; A_0 = 4 \text{ В};$ $f = 5 \text{ Гц};$ $\varphi = \frac{\pi}{5};$ Код: дополнительный.
14	$t_{min} = 12 \text{ с}; t_{max} = 21 \text{ с};$ $A = 8 \text{ В}; A_0 = 8 \text{ В};$ $f = 6 \text{ Гц};$ $\varphi = \frac{\pi}{5};$ Код: дополнительный.	29	$t_{min} = 10 \text{ с}; t_{max} = 19 \text{ с};$ $A = 9 \text{ В}; A_0 = 5 \text{ В};$ $f = 6 \text{ Гц};$ $\varphi = \frac{\pi}{4};$ Код: дополнительный.
15	$t_{min} = 10 \text{ с}; t_{max} = 30 \text{ с};$ $A = 7 \text{ В}; A_0 = 6 \text{ В};$ $f = 7 \text{ Гц};$ $\varphi = \frac{\pi}{4};$ Код: дополнительный.	30	$t_{min} = 10 \text{ с}; t_{max} = 21 \text{ с};$ $A = 3 \text{ В}; A_0 = 6 \text{ В};$ $f = 6 \text{ Гц};$ $\varphi = \frac{\pi}{4};$ Код: прямой.

Контрольные вопросы

1. С какой целью выполняется дискретизация и квантование сигнала по уровню?
2. В чем отличие дискретного квантованного сигнала от цифрового?
3. Как определить объем памяти, необходимой для хранения цифрового сигнала на заданном интервале?
4. Как уменьшить нелинейные искажения сигнала, обусловленные квантованием по уровню?
5. Назовите основные параметры, характеризующие аналого-цифровые преобразователи.
6. Будут ли совпадать результаты операций над одним и тем же сигналом, представленным в дискретном и цифровом виде?

Лабораторная работа №2

Детерминированные сигналы и их основные характеристики

Цель работы

Приобретение практических навыков имитационного моделирования различных видов детерминированных сигналов. Экспериментальное изучение основных характеристик дискретных сигналов, в том числе: энергия и средняя мощность сигнала на интервале, амплитудный и энергетический спектры, спектр мощности и функция спектральной плотности мощности.

Основные теоретические сведения

Детерминированный сигнал — это сигнал, закон изменения и все параметры которого заранее известны. Так как сигнал, параметры которого полностью известны, не может быть носителем новой информации, то на практике под детерминированными сигналами также часто понимают сигналы, закон изменения которых определён, а параметры могут быть заранее неизвестны [1].

Детерминированный сигнал характеризуется:

- описывающей функцией (законом изменения);
- аргументами функции;
- параметрами функции;
- энергетическими характеристиками.

Закон изменения детерминированного сигнала в общем виде определяется описывающей функцией $x(\vec{T}, \vec{P})$, где $\vec{T} = (t_1, \dots, t_n)$ — вектор аргументов сигнала; $\vec{P} = (p_1, \dots, p_n)$ — вектор параметров сигнала.

Такое описание (математическая модель) сигнала позволяет абстрагироваться от физической природы при анализе его свойств.

По количеству элементов вектора аргументов сигналы разделяют на одномерные и многомерные. В качестве аргументов, как правило, используются переменные времени и координат пространства. Рассмотрим в качестве примера простейший детерминированный гармонический сигнал вида

$$x(t) = A_0 \cdot \sin(2\pi f_0 t + \varphi_0).$$

В данном случае сигнал является одномерным временным. Его единственным аргументом является переменная времени t , а параметрами: A_0 — амплитуда; f_0 — частота; φ_0 — начальная фаза.

Изменение одного из параметров или нескольких параметров одновременно может кодировать информацию при передаче ее с помощью сигнала несущей частоты. Значение несущей частоты выбирается в зависимости от свойств физической

среды, в которой распространяется сигнал. Примерами областей практического применения такого рода кодирования информации являются беспроводная связь, радиолокация, гидролокация и ультразвуковые исследования.

Энергетические характеристики сигнала непосредственно не участвуют в кодировании информации, но позволяют оценивать дальность передачи информации с учетом затухания сигнала в реальной физической среде и сравнивать между собой различные виды сигналов.

Энергией действительного сигнала называют величину

$$E_{x(t)} = \int_{-\infty}^{\infty} p(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt, \quad (4)$$

где $p(t)$ — мгновенная мощность сигнала.

Средней мощностью действительного сигнала называют величину

$$P_{x(t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt. \quad (5)$$

Так как на практике приходится иметь дело с сигналами конечными, то уточним выражения (4) и (5) для сигналов, определенных на интервале $[t_{min}; t_{max}]$ для $t_{min} > -\infty$ и $t_{max} < \infty$. Энергией действительного сигнала на заданном интервале называют величину

$$E_{x(t)} = \int_{t_{min}}^{t_{max}} p(t) dt = \int_{t_{min}}^{t_{max}} x^2(t) dt, \quad t \in [t_{min}; t_{max}],$$

а средней мощностью на том же интервале — величину

$$P_{x(t)} = \frac{1}{t_{max} - t_{min}} \int_{t_{min}}^{t_{max}} x^2(t) dt, \quad t \in [t_{min}; t_{max}].$$

С помощью преобразования Фурье [1] любой непрерывный сигнал $x(t)$ может быть представлен в частотной области выражением

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt,$$

где ω — угловая (циклическая) частота, которая определяется выражением

$$\omega = 2\pi f. \quad (6)$$

В соответствии с теоремой Парсеваля [1] энергия сигнала во временной области равна энергии сигнала в частотной области

$$E_{x(t)} = \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 df. \quad (7)$$

С учетом (6) выражение (7) принимает вид

$$E_{x(t)} = \int_{-\infty}^{\infty} |X(2\pi f)|^2 df = \int_{-\infty}^{\infty} A(2\pi f) df.$$

Величина $A(2\pi f)$ называется *функцией спектральной плотности энергии* и определяет распределение энергии сигнала по частотам. Выражение (5) с учетом (6) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} P_{x(t)} &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt = \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} |X_T(2\pi f)|^2 df = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|X_T(2\pi f)|^2}{T} df = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} S(2\pi f) df. \end{aligned}$$

Величина $S(2\pi f)$ называется *функцией спектральной плотности мощности* и определяет распределение мощности сигнала по частотам. Часто на практике в качестве энергетической характеристики удобнее иметь дело именно с функцией спектральной плотности мощности сигнала.

При имитационном моделировании сигналов и оценке их энергетических характеристик возникает необходимость определения аналогичных характеристик для дискретных величин.

Энергия дискретного сигнала определяется выражением

$$E_{x(n)} = \sum_{n=0}^{\infty} |x(n)|^2.$$

Мгновенная мощность дискретного сигнала определяется выражением

$$p(n) = x^2(n).$$

Средняя мощность дискретного сигнала определяется выражением

$$P_{x(n)} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |x(n)|^2,$$

а на конечном интервале $[n_1; n_2]$ для $n_1 > -\infty$ и $n_2 < \infty$ определяется выражением

$$P_{x(n)} = \frac{1}{n_2 - n_1} \sum_{n=0}^{N-1} |x(n)|^2, n \in [n_1; n_2].$$

Вычисление частотного спектра дискретного сигнала $x(n)$ для $n = 0, \dots, N-1$ реализуется через дискретное преобразование Фурье, которое определяется выражением

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-\frac{2\pi i}{N} kn}, k = 0, \dots, N-1.$$

В соответствии с равенством Парсеваля энергия дискретного сигнала также может быть вычислена и в частотной области

$$E_{x(n)} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |x(k)|^2.$$

Задачи и порядок выполнения работы

Для успешного выполнения работы необходимо:

1. Провести имитационное моделирование детерминированного сигнала в виде одиночного импульса заданного типа длительностью τ и периодической последовательности из N подобных импульсов с периодом T .
2. Провести имитационное моделирование гармонического сигнала с заданным типом модуляции длительностью τ с девиацией частоты в диапазоне $f \in [f_{min}; f_{max}]$ на временном интервале $t \in [t_{min}; t_{max}]$. Модуляция должна осуществляться по одному из законов:

(а) ЛЧМ — линейная частотная модуляция формируется по закону

$$f(t) = f_{min} + \frac{f_{max} - f_{min}}{\tau} \cdot t;$$

(б) ПЧМ — параболическая частотная модуляция формируется по закону

$$f(t) = f_{min} + \frac{f_{max} - f_{min}}{\tau^2} \cdot t^2;$$

(в) ГЧМ — гиперболическая частотная модуляция формируется по закону

$$f(t) = \frac{\tau f_{max} f_{min}}{(f_{max} - f_{min})t + \tau f_{min}};$$

(г) КЧМ — кубическая частотная модуляция формируется по закону

$$f(t) = f_{min} + \frac{f_{max} - f_{min}}{\tau^3} \cdot t.$$

Частота дискретизации должна быть выбрана в соответствии с требованиями теоремы Найквиста-Котельникова, а именно $f_d > 2f_{max}$, где f_{max} — максимальная частота в спектре моделируемого сигнала.

3. Экспериментально рассчитать энергию моделируемого гармонического сигнала во временной и частотной областях и подтвердить выполнение теоремы Парсеваля.
4. Оценить среднюю мощность моделируемого гармонического сигнала на заданном интервале.
5. Построить амплитудный и энергетический спектры, спектр мощности и функцию спектральной плотности мощности гармонического сигнала. Так как спектральные характеристики действительного сигнала симметричны относительно нулевой частоты, то рекомендуется при выполнении работы на графиках изображать только положительные частоты, удваивая значения характеристики в области положительных частот за счет скрытых на графике соответствующих отрицательных частот. Такой вид изображения является более интуитивно понятным, так как в физических процессах отрицательные частоты отсутствуют.

После выполнения экспериментальной части необходимо ответить на предложенные контрольные вопросы для закрепления пройденного материала и установления взаимосвязи между полученными результатами практических работ и теоретическими знаниями.

Результаты работы рекомендуется оформить в виде отчета, в котором должна содержаться следующая информация: цель работы; решённые в процессе её достижения задачи; основные математические выражения, использованные при решении задач; текст программы или схема моделирования, результаты моделирования в виде графиков и заключение, позволяющее сделать вывод о сопоставимости результатов практической работы с теоретическими сведениями.

Пример выполнения работы в среде MathWorks MATLAB

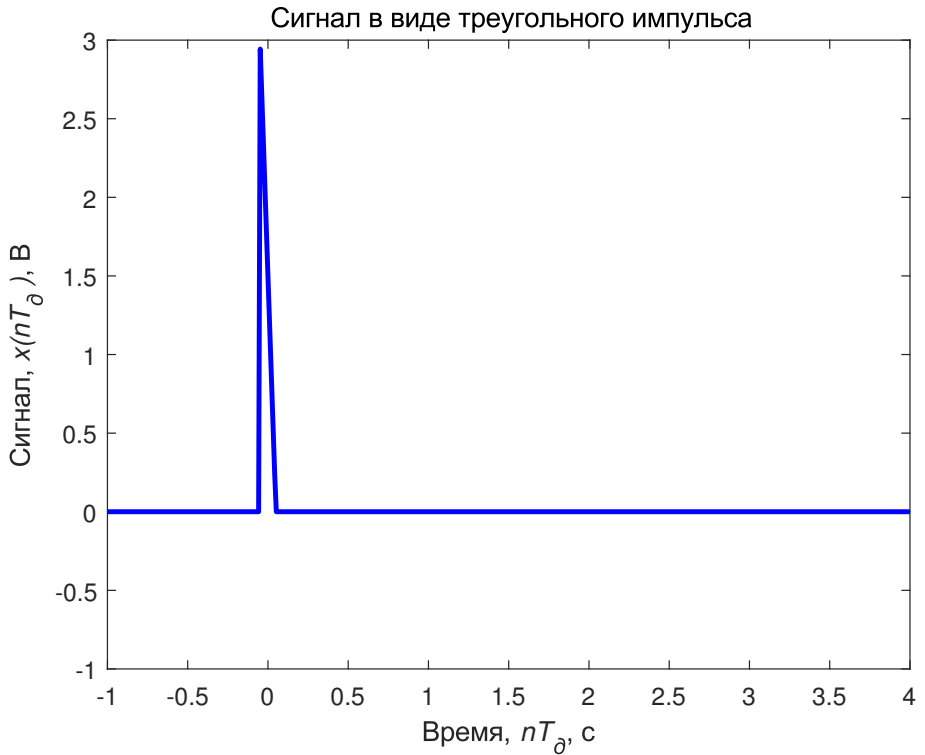
1. Моделирование детерминированных сигналов

1.1. Инициализация и формирование значений основных параметров

```
1 % Имитационное моделирование детерминированных сигналов
2 % Расчет энергетических характеристик сигнала
3 clear all; % Очистка памяти
4 close all; % Закрытие всех окон с графиками
5 clc; % Очистка окна команд и сообщений
6 tColor='b'; % Цвет графиков во временной области
7 fColor=[1 0.4 0]; % Цвет графиков в частотной области
8 A0=2; % Постоянная составляющая сигнала
9 A=3; % Амплитуда сигнала
10 fmin=2; fmax=10; f0=15; % Частота сигнала, Гц
11 fd=100; % Частота дискретизации, Гц
12 tmin=-1; tmax=4; dt=tmax-tmin; % Интервал определения функции
13 N = dt*fd; % Количество отсчетов
```

1.2. Моделирование треугольного импульса

```
1 % Моделирование треугольного импульса
2 xd = linspace(tmin,tmax,N); % Формирование области определения
3 zd = A*trimpuls(xd,0.1,-1); % Формирование значений
4 % Формирование графика
5 figure;plot(xd, zd, 'Color', tColor,'LineWidth',2);
6 axis([tmin tmax -1 A]); % Диапазон значений осей
7 set(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', 10); % Изменение шрифта
8 title({'\rm Сигнал в виде треугольного импульса'}); % Заголовок
9 xlabel('Время,\it nT_д\rm, c'); % Надпись оси абсцисс
10 ylabel('Сигнал,\it x(nT_д)\rm, B'); % Надпись оси ординат
```

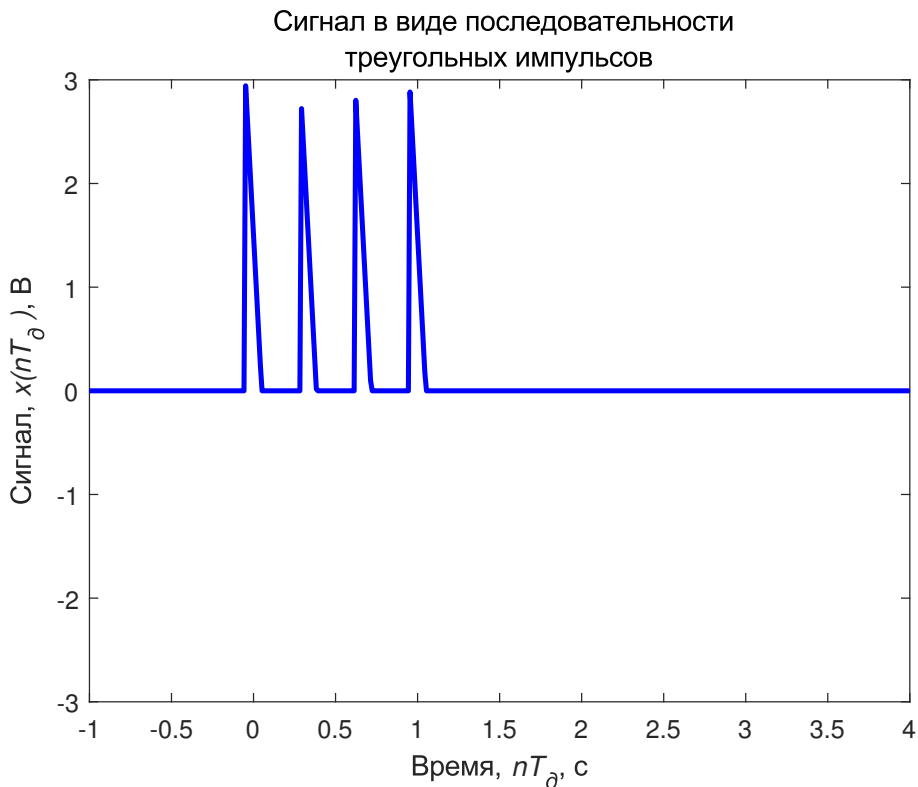


1.3. Моделирование последовательности треугольных импульсов

```

1 % Моделирование последовательности треугольных импульсов
2 d = 0 : 1/3 : 1; % Период повторения импульса
3 zd = A*pulstran(xd,d,'tripuls',0.1,-1); % Формирование значений
4 % Формирование графика
5 figure;plot(xd, zd, 'Color', tColor,'LineWidth',2);
6 axis([tmin tmax -A A]); % Диапазон значений осей
7 set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', 10); % Изменение шрифта
8 title({'\rm Сигнал в виде последовательности',...
9       'треугольных импульсов'}); % Заголовок
10 xlabel('Время,\it nT_д\rm, с'); % Надпись оси абсцисс
11 ylabel('Сигнал,\it x(nT_д )\rm, В'); % Надпись оси ординат

```

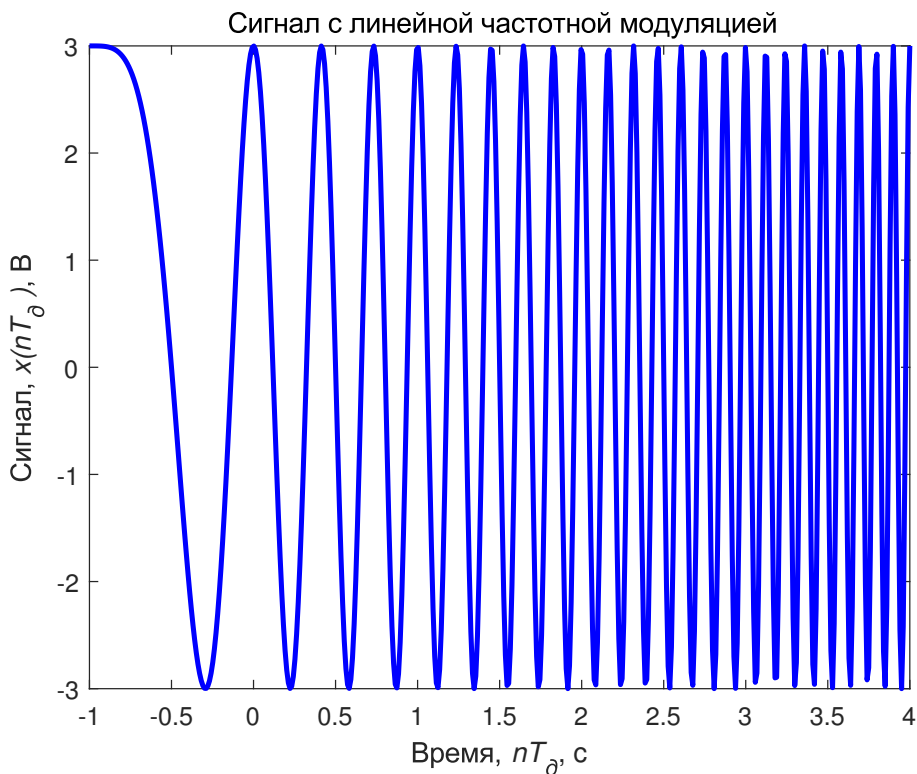


1.4. Моделирование сигнала с линейной частотной модуляцией

```

1 % Моделирование сигнала с линейной частотной модуляцией
2 zd = A*chirp(xd,fmin,tmax,fmax); % Формирование значений
3 % Формирование графика
4 figure;plot(xd, zd, 'Color', tColor,'LineWidth',2);
5 axis([tmin tmax -A A]); % Диапазон значений осей
6 set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', 10); % Изменение шрифта
7 title({'\rm Сигнал с линейной частотной модуляцией'}); % Заголовок
8 xlabel('Время,\it nT_d\rm, с'); % Надпись оси абсцисс
9 ylabel('Сигнал,\it x(nT_d)\rm, В'); % Надпись оси ординат

```



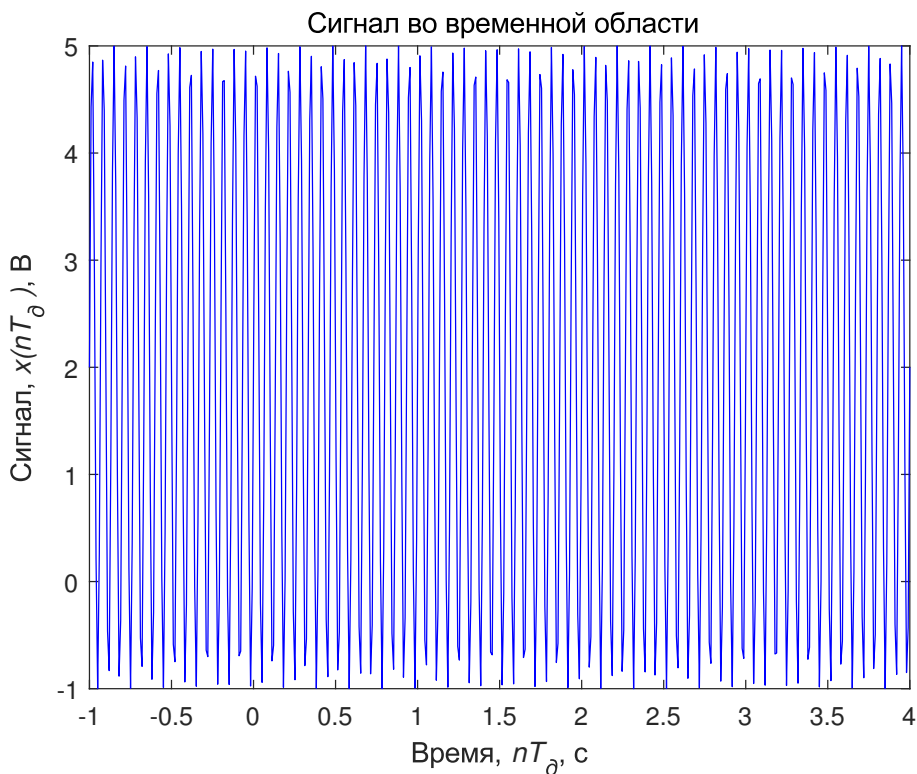
2. Расчет энергетических характеристик сигнала

2.1. Моделирование сигнала во временной области

```

1  zd = A0+A*sin(2*pi*f0*xd); % Формирование значений
2  % Формирование графика
3  figure;hPlot=plot(xd, zd, 'Color', tColor);
4  axis([tmin tmax -A+A0 A+A0]); % Диапазон значений осей
5  set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', 10); % Изменение шрифта
6  title({'\rm Сигнал во временной области'}); % Заголовок
7  xlabel('Время,\it nT_д\rm, с'); % Надпись оси абсцисс
8  ylabel('Сигнал,\it x(nT_д)\rm, В'); % Надпись оси ординат

```

2.2. Расчет энергии и мощности сигнала на заданном интервале во временной и частотной области

```

1 % Расчет энергии и средней мощности сигнала во временной области
2 Et = 1/fd * sum(zd.^2);
3 Pt = Et/dt;
4 % Расчет энергии и средней мощности сигнала в частотной области
5 X = fft(zd,N);
6 Ew = 1/(fd*N) * sum(abs(X).^2);
7 % Вывод результата
8 fprintf('Энергия сигнала во временной области: %f \n', Et);

```

Энергия сигнала во временной области: 42.455000

```

1 fprintf('Энергия сигнала в частотной области: %f \n', Ew);

```

Энергия сигнала в частотной области: 42.455000

```

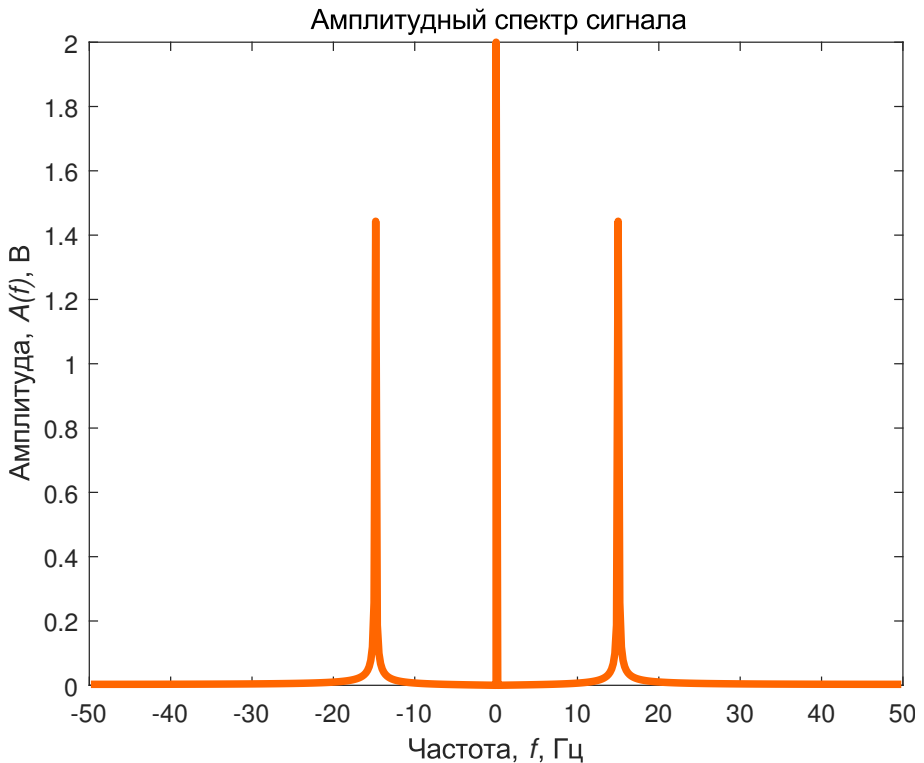
1 fprintf('Средняя мощность сигнала во временной области: %f \n', Pt);

```

Средняя мощность сигнала во временной области: 8.491000

2.3. Расчет амплитудного спектра сигнала

```
1 % Расчет амплитудного спектра сигнала
2 f=0:fd/N:fd-fd/N; % Формирование области определения
3 af = abs(fft(zd)/N); % Формирование значений
4 % Формирование графика
5 figure; plot([-fliplr(f(1:end/2)) f(1:end/2)],fftshift(af),...
6             'Color', fColor,'LineWidth',3);
7 set(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', 10); % Изменение шрифта
8 title({'\rm Амплитудный спектр сигнала'}); % Заголовок
9 xlabel('Частота,\it f\rm, Гц'); % Надпись оси абсцисс
10 ylabel('Амплитуда,\it A(f)\rm, В');
```



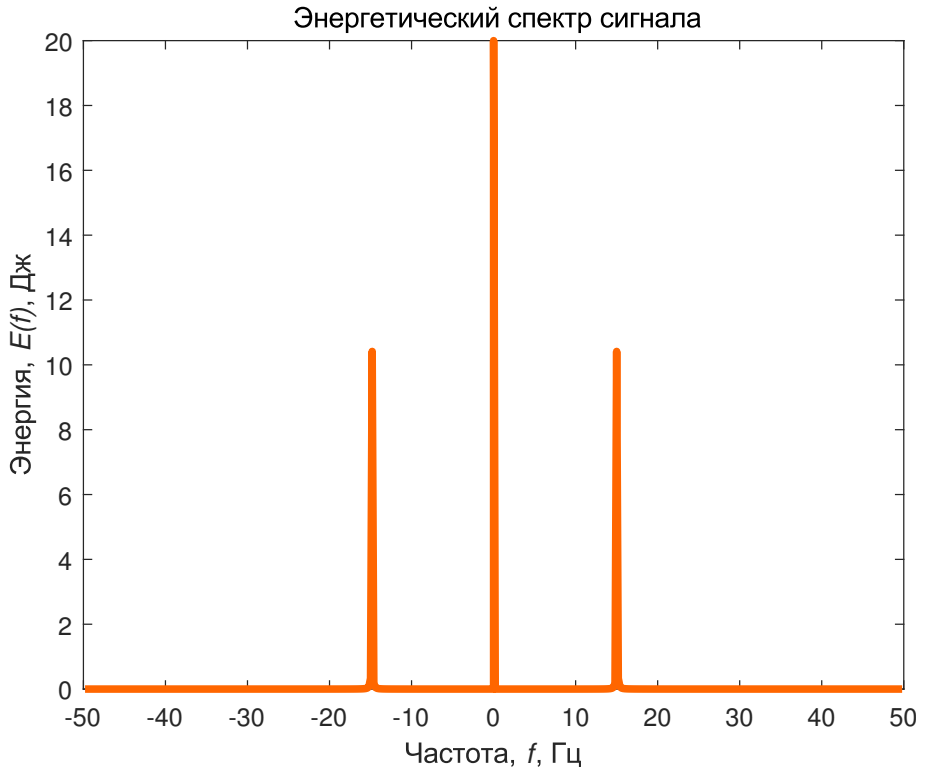
2.4. Расчет энергетического спектра сигнала

```
1 % Расчет энергетического спектра сигнала
2 ef = 1/(N*fd) * (abs(fft(zd)).^2); % Формирование значений
3 % Формирование графика
4 figure; plot([-fliplr(f(1:end/2)) f(1:end/2)],fftshift(ef),...
5             'Color',fColor,'LineWidth',3);
```

```

6 set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', 10); % Изменение шрифта
7 title({'\rm Энергетический спектр сигнала'}); % Заголовок
8 xlabel('Частота, \it f\rm, Гц'); % Надпись оси абсцисс
9 ylabel('Энергия, \it E(f)\rm, Дж'); % Надпись оси ординат

```

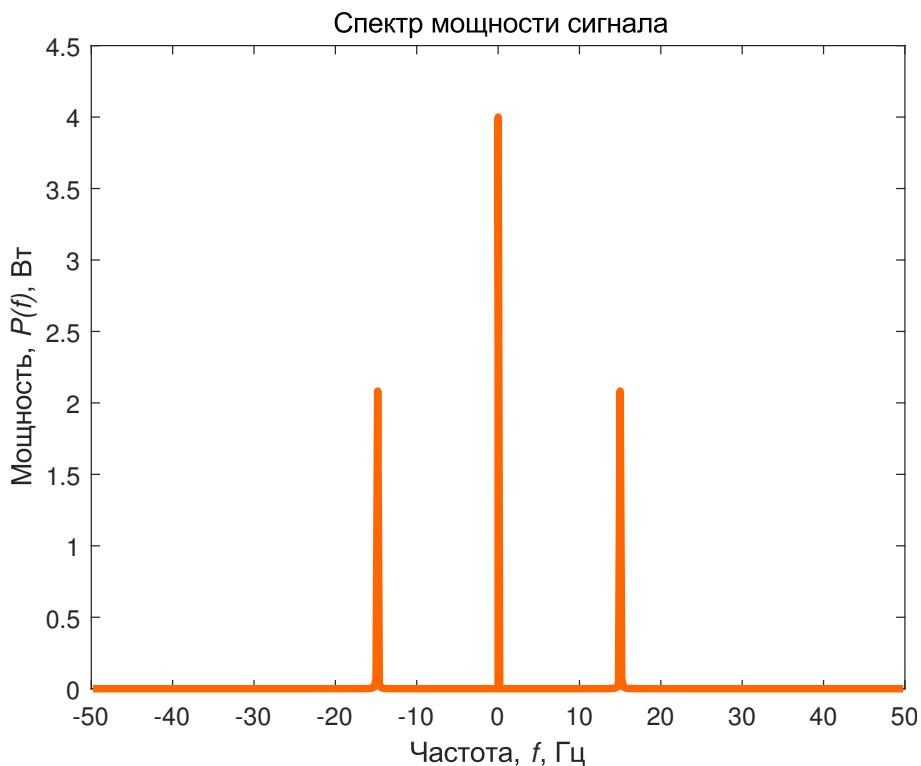


2.5. Расчет спектра мощности сигнала

```

1 % Расчет спектра мощности сигнала
2 pf = ef/dt; % Формирование значений
3 % Формирование графика
4 figure; plot([-fliplr(f(1:end/2)) f(1:end/2)],fftshift(pf),...
5 'Color', fColor,'LineWidth',3);
6 set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', 10); % Изменение шрифта
7 title({'\rm Спектр мощности сигнала'}); % Заголовок
8 xlabel('Частота, \it f\rm, Гц'); % Надпись оси абсцисс
9 ylabel('Мощность, \it P(f)\rm, Вт'); % Надпись оси ординат

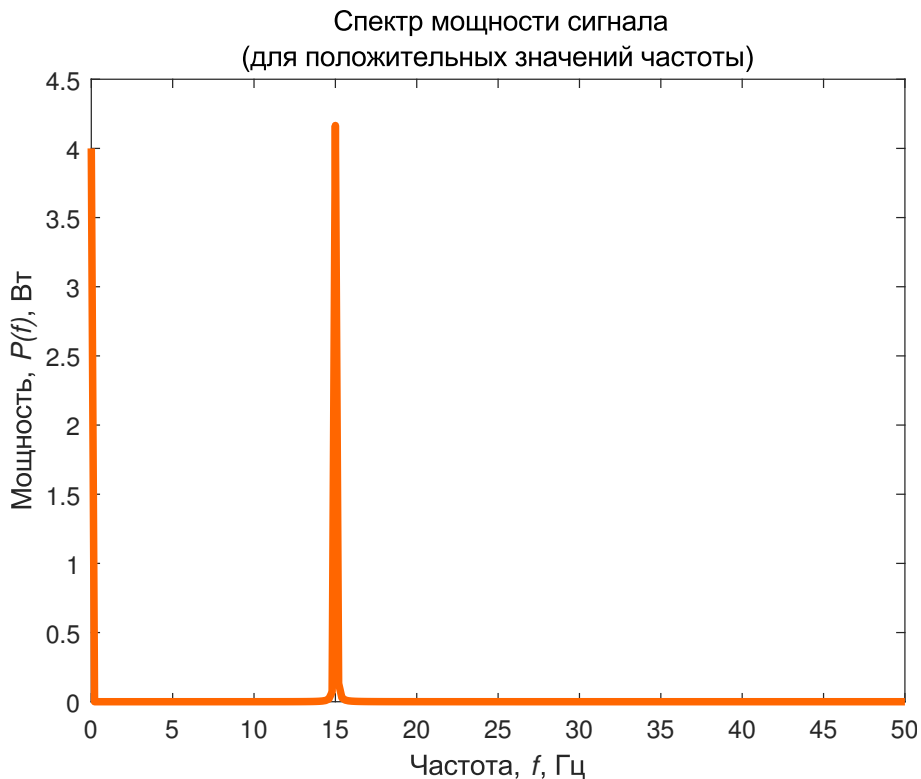
```



```

1 [pf,ff]=periodogram(zd,rectwin(length(zd)),...
2     length(zd),fd,'power'); % Формирование значений
3 % Формирование графика
4 figure; plot(ff,pf, 'Color', fColor,'LineWidth',3);
5 set(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', 10); % Изменение шрифта
6 title({'\gammaм Спектр мощности сигнала',...
7     '(для положительных значений частот)'}); % Заголовок
8 xlabel('Частота,\it f\rm, Гц'); % Надпись оси абсцисс
9 ylabel('Мощность,\it P(f)\gammaм, Вт'); % Надпись оси ординат

```

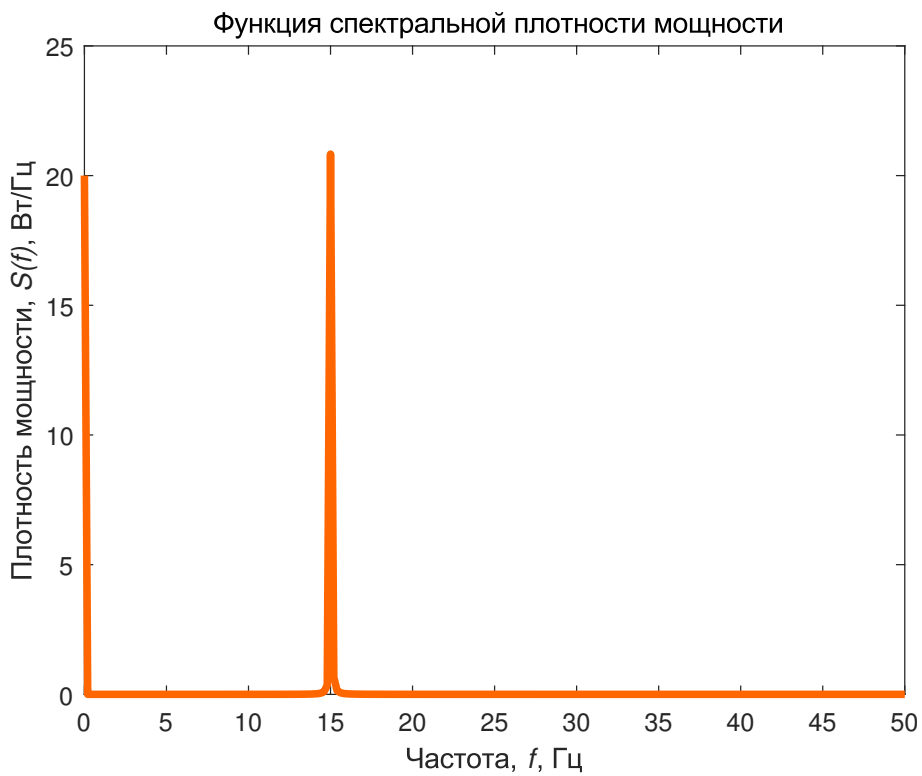


2.6. Расчет функции спектральной плотности мощности сигнала

```

1 % Расчет функции спектральной мощности сигнала
2 [pf,ff]=periodogram(zd,rectwin(length(zd)),...
3     length(zd),fd,'psd'); % Формирование значений
4 % Формирование графика
5 figure; plot(ff,pf, 'Color', fColor,'LineWidth',3);
6 set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', 10); % Изменение шрифта
7 title({'\rm Функция спектральной плотности мощности'}); % Заголовок
8 xlabel('Частота,\it f\rm, Гц'); % Надпись оси абсцисс
9 ylabel('Плотность мощности,\it S(f)\rm, Вт/Гц'); % Надпись оси ординат

```



Варианты заданий для самостоятельной работы

№	Задание	№	Задание
1	1. Функция Гаусса; $\tau = 0,5$ с; $T = 10$ с; $N = 500$. 2. Импульс ГЧМ; $t_{min} = 4$ с; $t_{max} = 5$ с; $f_{min} = 65$ Гц; $f_{max} = 390$ Гц.	16	1. Кардиальный синус; $\tau = 0,6$ с; $T = 24,8$ с; $N = 700$. 2. Импульс ГЧМ; $t_{min} = -4$ с; $t_{max} = 3$ с; $f_{min} = 39$ Гц; $f_{max} = 156$ Гц.
2	1. Функция Дирихле; $\tau = 0,4$ с; $T = 26,7$ с; $N = 200$. 2. Импульс ПЧМ; $t_{min} = -2$ с; $t_{max} = 5$ с; $f_{min} = 95$ Гц; $f_{max} = 665$ Гц.	17	1. Кардиальный синус; $\tau = 0,2$ с; $T = 5,2$ с; $N = 500$. 2. Импульс ПЧМ; $t_{min} = -2$ с; $t_{max} = -1$ с; $f_{min} = 31$ Гц; $f_{max} = 217$ Гц.
3	1. Функция Гаусса; $\tau = 0,2$ с; $T = 29,3$ с; $N = 300$. 2. Импульс ПЧМ; $t_{min} = -2$ с; $t_{max} = 8$ с; $f_{min} = 68$ Гц; $f_{max} = 204$ Гц.	18	1. Функция Гаусса; $\tau = 0,8$ с; $T = 28,1$ с; $N = 400$. 2. Импульс ГЧМ; $t_{min} = 2$ с; $t_{max} = 12$ с; $f_{min} = 95$ Гц; $f_{max} = 475$ Гц.
4	1. Функция Дирихле; $\tau = 0,7$ с; $T = 13,3$ с; $N = 800$. 2. Импульс ЛЧМ; $t_{min} = 0$ с; $t_{max} = 10$ с; $f_{min} = 98$ Гц; $f_{max} = 882$ Гц.	19	1. Прямоугольный импульс; $\tau = 0,5$ с; $T = 18$ с; $N = 500$. 2. Импульс ГЧМ; $t_{min} = -1$ с; $t_{max} = 7$ с; $f_{min} = 34$ Гц; $f_{max} = 136$ Гц.
5	1. Кардиальный синус; $\tau = 0,8$ с; $T = 10,1$ с; $N = 700$. 2. Импульс ЛЧМ; $t_{min} = 3$ с; $t_{max} = 13$ с; $f_{min} = 27$ Гц; $f_{max} = 243$ Гц.	20	1. Функция Гаусса; $\tau = 0,4$ с; $T = 26$ с; $N = 600$. 2. Импульс КЧМ; $t_{min} = -4$ с; $t_{max} = -1$ с; $f_{min} = 55$ Гц; $f_{max} = 275$ Гц.
6	1. Прямоугольный импульс; $\tau = 0,7$ с; $T = 27,4$ с; $N = 100$. 2. Импульс ЛЧМ; $t_{min} = 5$ с; $t_{max} = 13$ с; $f_{min} = 49$ Гц; $f_{max} = 392$ Гц.	21	1. Функция Дирихле; $\tau = 0,2$ с; $T = 23,1$ с; $N = 700$. 2. Импульс ЛЧМ; $t_{min} = -4$ с; $t_{max} = 3$ с; $f_{min} = 10$ Гц; $f_{max} = 70$ Гц.
7	1. Функция Дирихле; $\tau = 0,2$ с; $T = 27,7$ с; $N = 700$. 2. Импульс КЧМ; $t_{min} = -4$ с; $t_{max} = 2$ с; $f_{min} = 36$ Гц; $f_{max} = 252$ Гц.	22	1. Функция Дирихле; $\tau = 0,2$ с; $T = 15,1$ с; $N = 300$. 2. Импульс КЧМ; $t_{min} = -5$ с; $t_{max} = 2$ с; $f_{min} = 14$ Гц; $f_{max} = 98$ Гц.
8	1. Кардиальный синус; $\tau = 0,4$ с; $T = 21,7$ с; $N = 600$. 2. Импульс КЧМ; $t_{min} = -3$ с; $t_{max} = 3$ с; $f_{min} = 80$ Гц; $f_{max} = 160$ Гц.	23	1. Треугольный импульс; $\tau = 0,8$ с; $T = 14,6$ с; $N = 1000$. 2. Импульс ЛЧМ; $t_{min} = -4$ с; $t_{max} = -1$ с; $f_{min} = 21$ Гц; $f_{max} = 210$ Гц.

№	Задание	№	Задание
9	1. Функция Дирихле; $\tau = 0,7$ с; $T = 10,7$ с; $N = 200$. 2. Импульс КЧМ; $t_{min} = -3$ с; $t_{max} = 2$ с; $f_{min} = 10$ Гц; $f_{max} = 70$ Гц.	24	1. Треугольный импульс; $\tau = 0,7$ с; $T = 10$ с; $N = 600$. 2. Импульс ПЧМ; $t_{min} = 3$ с; $t_{max} = 8$ с; $f_{min} = 59$ Гц; $f_{max} = 295$ Гц.
10	1. Треугольный импульс; $\tau = 0,1$ с; $T = 14,7$ с; $N = 600$. 2. Импульс ПЧМ; $t_{min} = -2$ с; $t_{max} = 4$ с; $f_{min} = 95$ Гц; $f_{max} = 475$ Гц.	25	1. Функция Гаусса; $\tau = 0,1$ с; $T = 9,5$ с; $N = 700$. 2. Импульс КЧМ; $t_{min} = -5$ с; $t_{max} = 2$ с; $f_{min} = 37$ Гц; $f_{max} = 148$ Гц.
11	1. Функция Гаусса; $\tau = 0,4$ с; $T = 8,4$ с; $N = 900$. 2. Импульс ЛЧМ; $t_{min} = 0$ с; $t_{max} = 3$ с; $f_{min} = 85$ Гц; $f_{max} = 170$ Гц.	26	1. Прямоугольный импульс; $\tau = 0,5$ с; $T = 28,4$ с; $N = 300$. 2. Импульс ЛЧМ; $t_{min} = -4$ с; $t_{max} = -3$ с; $f_{min} = 79$ Гц; $f_{max} = 553$ Гц.
12	1. Треугольный импульс; $\tau = 0,3$ с; $T = 22,9$ с; $N = 100$. 2. Импульс ПЧМ; $t_{min} = 4$ с; $t_{max} = 11$ с; $f_{min} = 32$ Гц; $f_{max} = 64$ Гц.	27	1. Кардиальный синус; $\tau = 0,5$ с; $T = 26,2$ с; $N = 500$. 2. Импульс ПЧМ; $t_{min} = -5$ с; $t_{max} = -3$ с; $f_{min} = 52$ Гц; $f_{max} = 416$ Гц.
13	1. Функция Дирихле; $\tau = 0,8$ с; $T = 21,6$ с; $N = 500$. 2. Импульс ПЧМ; $t_{min} = 3$ с; $t_{max} = 8$ с; $f_{min} = 58$ Гц; $f_{max} = 580$ Гц.	28	1. Функция Дирихле; $\tau = 0,4$ с; $T = 8,6$ с; $N = 500$. 2. Импульс ПЧМ; $t_{min} = 0$ с; $t_{max} = 6$ с; $f_{min} = 7$ Гц; $f_{max} = 14$ Гц.
14	1. Прямоугольный импульс; $\tau = 0,3$ с; $T = 21$ с; $N = 300$. 2. Импульс ЛЧМ; $t_{min} = -3$ с; $t_{max} = 3$ с; $f_{min} = 30$ Гц; $f_{max} = 120$ Гц.	29	1. Треугольный импульс; $\tau = 0,6$ с; $T = 17$ с; $N = 500$. 2. Импульс ГЧМ; $t_{min} = 2$ с; $t_{max} = 12$ с; $f_{min} = 29$ Гц; $f_{max} = 261$ Гц.
15	1. Треугольный импульс; $\tau = 0,1$ с; $T = 26,9$ с; $N = 700$. 2. Импульс ПЧМ; $t_{min} = 0$ с; $t_{max} = 3$ с; $f_{min} = 48$ Гц; $f_{max} = 288$ Гц.	30	1. Функция Дирихле; $\tau = 0,3$ с; $T = 20,3$ с; $N = 700$. 2. Импульс ЛЧМ; $t_{min} = 5$ с; $t_{max} = 6$ с; $f_{min} = 70$ Гц; $f_{max} = 140$ Гц.

Контрольные вопросы

1. Каким образом можно получить частотный спектр сигнала, зная его временную реализацию?
2. Изменится ли спектр аналогового сигнала после его оцифровки?
3. В чём физический смысл теоремы Парсеваля?
4. Чему равна энергия периодического сигнала?
5. Как определить среднюю мощность периодического сигнала?
6. Каким образом можно сравнить энергии различных частотных гармоник одного сигнала?

Лабораторная работа №3

Случайные сигналы и их характеристики. Псевдослучайные сигналы

Цель работы

Приобретение практических навыков имитационного моделирования различных видов случайных и псевдослучайных сигналов. Практическое изучение основных характеристик случайных сигналов, в том числе: плотность вероятности и функция спектральной плотности мощности.

Основные теоретические сведения

Случайный сигнал — это сигнал, закон изменения и все параметры которого заранее неизвестны, но известны их вероятностные характеристики.

Псевдослучайный сигнал — это сигнал, закон изменения которого известен, а параметры являются случайными величинами с известными вероятностными характеристиками [1].

Функция распределения вероятностей — функция, определяющая для каждого значения x вероятность того, что случайная величина x_0 примет значение меньше, чем произвольное действительное x , то есть

$$\forall x \in \mathbb{R} : F_{x_0}(x) = P(x_0 \leq x).$$

Зная функцию распределения вероятностей, можно определить вероятность того, что случайная величина x_0 попадет в заданный интервал $[x_A; x_B]$:

$$P(x_0 \in [x_A; x_B]) = F(x_B) - F(x_A).$$

Очевидно, что область значений функции распределения вероятностей лежит в интервале $[0; 1]$. Пример функции распределения вероятностей непрерывной случайной величины приведен на рисунке 10. Для дискретной случайной величины функция распределения вероятностей приобретает ступенчатый вид (рисунок 11), область значений также становится дискретной, но лежит в том же интервале $[0; 1]$, что и для непрерывной случайной величины.

Если функция распределения непрерывной случайной величины дифференцируема, то более наглядное представление о случайной величине дает плотность вероятности случайной величины.

Функция плотности распределения вероятностей случайной величины — первая производная от функции распределения вероятностей. Определить вероятность того, что непрерывная случайная величина x_0 попадет в интервал $[x_A; x_B]$

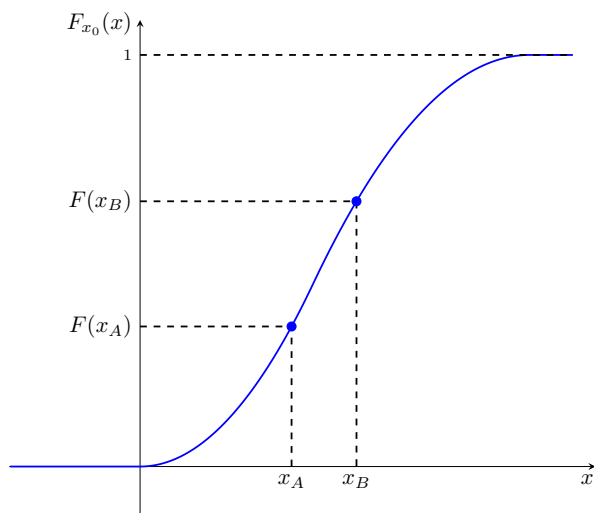


Рис. 10. Пример функции распределения непрерывной случайной величины

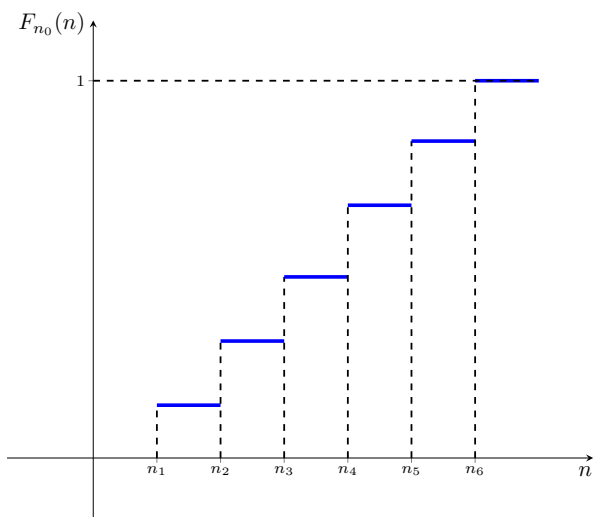


Рис. 11. Пример функции распределения дискретной случайной величины

с помощью данной функции можно в соответствии с выражением

$$\forall x \in \mathbb{R} : P(x_0 \in [x_A; x_B]) = \int_{x_A}^{x_B} f(x) dx.$$

Таким образом, вероятность попадания случайной величины в заданный интервал равна площади под графиком функции плотности вероятности, определенной на этом интервале. Соответственно, общая площадь под графиком функции плотности вероятности на всей области определения не может превышать единицы. Пример функции распределения вероятностей непрерывной случайной величины приведен на рисунке 12.

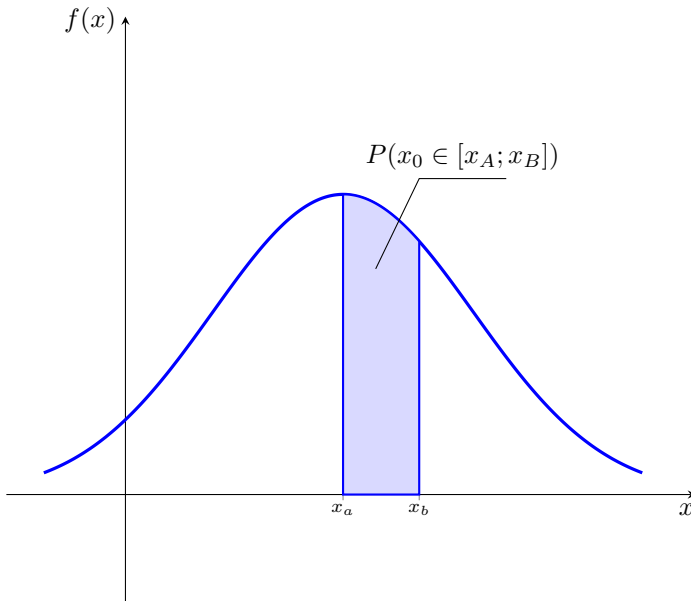


Рис. 12. Пример функции плотности распределения вероятностей случайной величины

Математическим ожиданием непрерывной случайной величины x_0 называется величина

$$m_{x_0} = M[x_0] = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot dF_{x_0}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f_{x_0}(x) dx, x \in \mathbb{R}. \quad (8)$$

Пример определения математического ожидания на графике функции плотности распределения случайной величины приведен на рисунке 13.

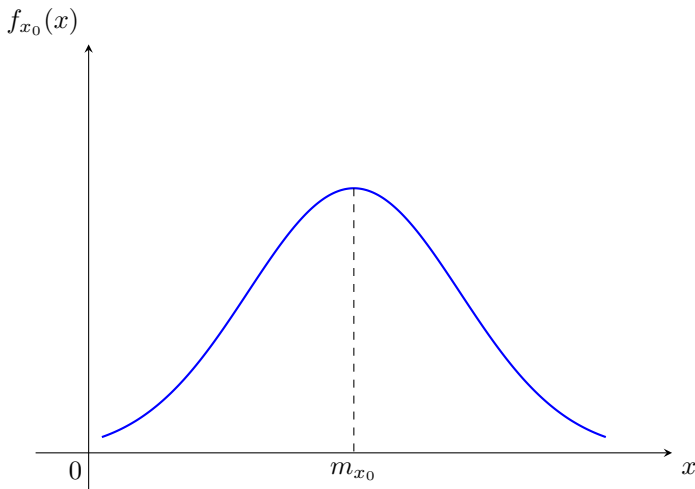


Рис. 13. Пример определения математического ожидания на графике функции плотности распределения случайной величины

В случае дискретной случайной величины выражение (8) для определения математического ожидания преобразуется к виду

$$m_{x_0} = M[x_0] = \sum_{i=1}^N x_i \cdot p_i, i \in \mathbb{N},$$

где $p_i = P(x_0 = x_i)$ — соответствующие вероятности значений x_i дискретной случайной величины x_0 .

Дисперсия случайной величины — мера отклонения значений случайной величины относительно её математического ожидания, определяемая как математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины x_0 от её среднего значения

$$D_{x_0} = M[(x_0 - m)^2].$$

Среднеквадратическое отклонение определяется как квадратный корень из дисперсии случайной величины

$$\sigma = \sqrt{D_{x_0}}$$

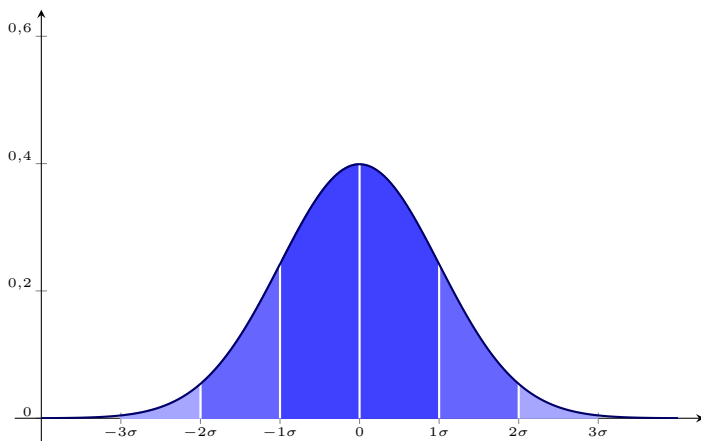


Рис. 14. График функции плотности распределения вероятности нормально распределенной случайной величины

Существует ряд стандартных распределений вероятности. Ниже кратко рассмотрены следующие виды:

- нормальное;
- равномерное;
- треугольное.

Случайная непрерывная величина имеет *нормальный закон распределения*, если её плотность распределения вероятности определяется выражением

$$f_{x_0}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x - m_{x_0})^2}{2\sigma^2}}$$

Примеры графиков функций плотности распределения вероятности для нормального распределения приведены на рисунке 15.

Функция распределения вероятности в этом случае определяется выражением

$$f_{x_0}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(x - m_{x_0})^2}{2\sigma^2}} dx,$$

а примеры её графиков представлены на рисунке 16.

Согласно предельной центральной теореме [1] при увеличении количества слабо зависящих нормированных случайных величин их сумма имеет распределение, стремящееся к нормальному. На практике этот вид распределения является одним из наиболее широко используемым, в том числе, в рамках имитационного

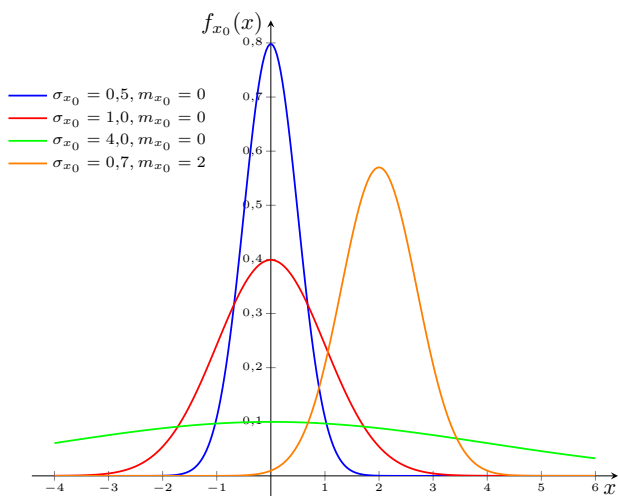


Рис. 15. Примеры графиков функций плотности распределения вероятности нормально распределенной случайной величины для различных значений среднеквадратичного отклонения σ_{x_0} и математического ожидания m_{x_0}

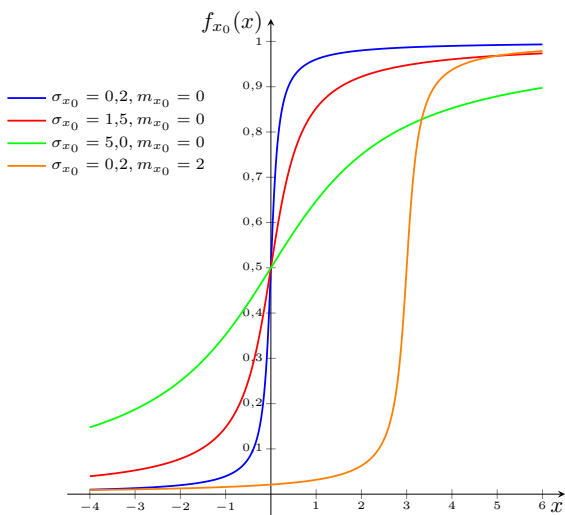


Рис. 16. Примеры графиков функции распределения вероятности нормально распределенной случайной величины для различных значений среднеквадратичного отклонения σ_{x_0} и математического ожидания m_{x_0}

моделирования естественных процессов. Кроме того для нормального распределения случайной величины действует так называемое «правило 3σ », согласно которому все значения случайной величины x_0 сосредоточены в интервале $(-3\sigma + m_{x_0}; 3\sigma + m_{x_0})$. Таким образом, распределение, заданное на бесконечном интервале, может быть рассмотрено на конечном интервале с погрешностью около 0,3% (Рисунок 14).

Случайная величина x_0 на промежутке от a до b имеет *равномерное распределение*, если функцию плотности распределения можно записать в виде

$$f_{x_0}(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & x \in [a, b] \\ 0, & x \notin [a, b] \end{cases}.$$

График функции плотности распределения вероятности для равномерного распределения приведен на рисунке 17.

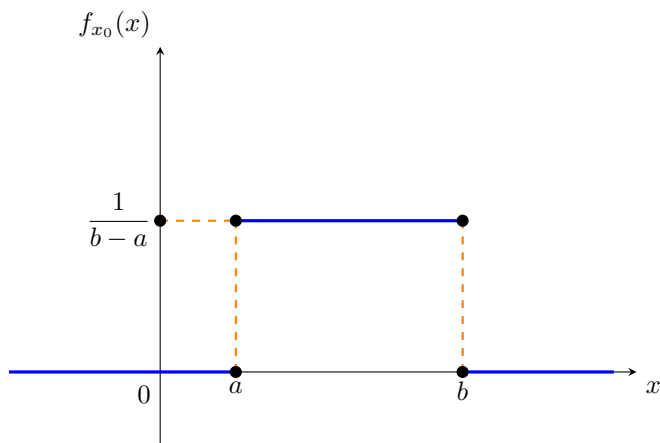


Рис. 17. График функции плотности распределения вероятности равномерно распределенной случайной величины

Функция распределения в этом случае определяется выражением

$$F_{x_0}(x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 1, & x > b \end{cases}$$

и имеет вид, представленный на рисунке 18.

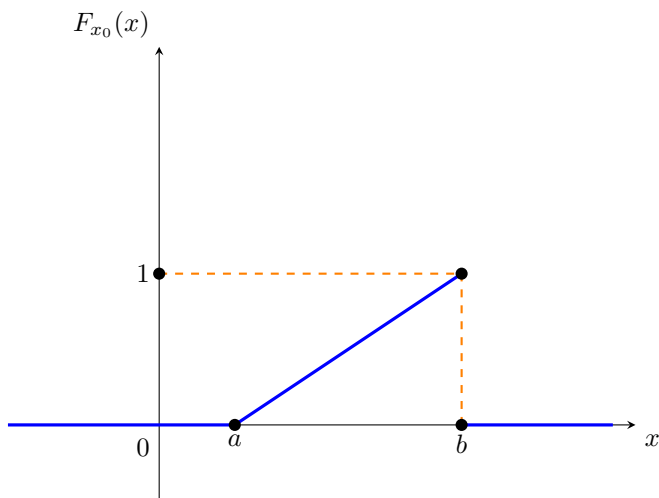


Рис. 18. График функции распределения вероятности равномерно распределенной случайной величины

Математическое ожидание случайной непрерывной величины x_0 вычисляется по формуле

$$m_{x_0} = \frac{a+b}{2},$$

а дисперсия — по формуле

$$D_{x_0} = \frac{(b-a)^2}{12}.$$

Случайная величина имеет *треугольное распределение*, если ее функция плотности распределения имеет вид

$$f_{x_0}(x) = \begin{cases} \frac{2(x-a)}{(b-a)(c-a)}, & x \in [a, c] \\ \frac{2(b-x)}{(b-a)(b-c)}, & x \in (c, b] \\ 0, & x \notin [a, b] \end{cases}.$$

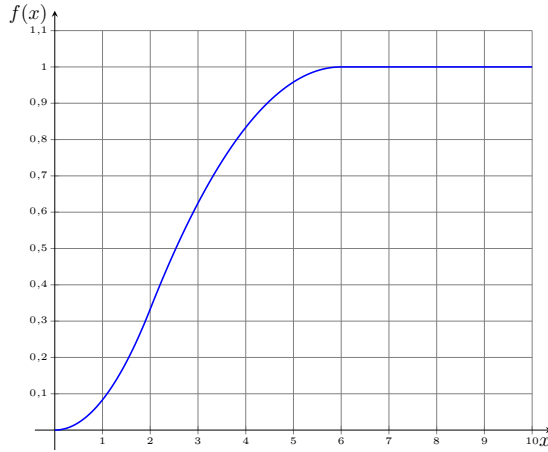


Рис. 19. Пример графика функции треугольного распределения случайной величины ($a = 0, c = 2, b = 6$)

Функция треугольного распределения вероятности случайной величины определяется формулой

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{(x-a)^2}{(b-a)(c-a)}, & x \in [a, c] \\ 1 - \frac{(b-x)^2}{(b-a)(b-c)}, & x \in (c, b] \\ 1, & x > b \end{cases}.$$

Математическое ожидание определяется выражением

$$m_{x_0} = \frac{a + b + c}{3},$$

а дисперсия определяется выражением

$$D_{x_0} = \frac{a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc}{18}.$$

Примеры графиков функции и функции плотности треугольного распределения случайной величины приведены на рисунках 19 и 20 соответственно. Треугольное распределение является приближительной моделью и применяется для построения более сложных законов распределения.

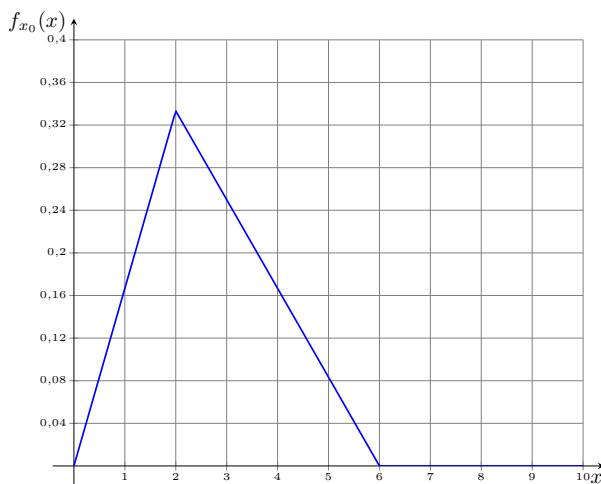


Рис. 20. Пример графика функции плотности треугольного распределения случайной величины ($a = 0, c = 2, b = 6$)

Задачи и порядок выполнения работы

Для успешного выполнения работы необходимо:

1. Провести имитационное моделирование и построить график псевдослучайного сигнала, подчиняющегося закону $x(nT_d) = A_0 \sin(2\pi f n T_d + \varphi)$ на временном интервале $t \in [t_{min}; t_{max}]$, причем некоторые из параметров сигнала: частота f , амплитуда A , уровень постоянной составляющей A_0 или начальная фаза φ должны являться случайными величинами с заданными вероятностными характеристиками. Частота дискретизации должна быть выбрана в соответствии с требованиями теоремы Найквиста-Котельникова, а именно $f_d > 2f_{max}$.
2. Построить графики временной реализации случайных величин.
3. Экспериментально построить гистограммы статистического распределения и сравнить с функцией плотности вероятности заданного вероятностного распределения соответствующей величины.
4. Построить функцию спектральной плотности мощности псевдослучайного сигнала. Так как спектральные характеристики действительного сигнала симметричны относительно нулевой частоты, то рекомендуется при выполнении работы на графиках изображать только положительные частоты, удваивая значения характеристики в области положительных частот за счет скрытых на графике соответствующих отрицательных частот. Такой вид

изображения является более интуитивно понятным, так как в физических процессах отрицательные частоты отсутствуют.

После выполнения экспериментальной части необходимо ответить на предложенные контрольные вопросы для закрепления пройденного материала и установления взаимосвязи между полученными результатами практических работ и теоретическими знаниями.

Результаты работы рекомендуется оформить в виде отчета, в котором должна содержаться следующая информация: цель работы; решённые в процессе её достижения задачи; основные математические выражения, использованные при решении задач; текст программы или схема моделирования, результаты моделирования в виде графиков и заключение, позволяющее сделать вывод о сопоставимости результатов практической работы с теоретическими сведениями.

Пример выполнения работы в среде MathWorks MATLAB

1. Моделирование случайных сигналов

1.1. Инициализация и формирование значений основных параметров

```
1 % Имитационное моделирование случайных сигналов
2 % Расчет энергетических характеристик сигнала
3 clear all; % Очищаем память
4 close all; % Закрываем все окна с графиками
5 clc; % Очистка окна команд и сообщений
6 tColor='b'; % Цвет графиков во временной области
7 Color0='r'; % Цвет графиков эталонного сигнала
8 tColorLight=[0.3 0.7 0.9]; % Цвет графиков во временной области
9 fColor=[1 0.4 0]; % Цвет графиков в частотной области
10 eColor=[0.85 0.325 0.098]; % Цвет графиков погрешности
11 eColorLight=[0.9 0.9 0.4]; % Цвет графиков погрешности
12 eColorDark=[0.635 0.078 0.184]; % Цвет графиков погрешности
13 fd=100; % Частота дискретизации, Гц
14 tmin=-1; tmax=2; dt=tmax-tmin; % Интервал определения функции
15 N = dt*fd; % Количество отсчетов
16 f_mu = 15; % Математическое ожидание частоты сигнала
17 f_sigma = 0.5; % Среднеквадратичное отклонение частоты сигнала
18 f_a = f_mu-5*f_sigma; % Интервал случайного распределения
19 f_b = f_mu+5*f_sigma; % частоты
20 A_a = 10; A_b = 12; % Интервал случайного распределения амплитуды
21 dA = A_b-A_a; % Длина интервала случайного распределения амплитуды
22 rng(2020); % Инициализация генератора случайных чисел
```

1.2 Моделирование случайного сигнала с нормальным распределением

```
1 % Моделирование случайного сигнала с нормальным распределением
2 % (частота псевдослучайного сигнала)
3 td = linspace(tmin,tmax,N); % Формирование области определения
4 f_prob = makedist('Normal',f_mu,f_sigma); % Распределение вероятности
5 f = random(f_prob,N,1); % Формирование значений
6 % Формирование гистограммы
7 Npsd = 50; % Количество точек гистограммы
8 nBars = 8; % Количество прямоугольников гистограммы
9 figure; histogram(f,nBars,'EdgeColor',eColorDark,...
10     'Normalization','pdf','FaceColor',eColor,...
11     'LineWidth',3); % Экспериментальная
12 title({'\rm Гистограмма нормального распределения',...
13     'случайной величины (частоты сигнала)'}); % Заголовок
14 xlabel('Отклонение частоты сигнала,\it \Delta f,\rm Гц'); % Надпись оси абсцисс
15 ylabel('Плотность вероятности,\it \Phi(\Delta f),\rm 1/Гц'); % Надпись оси ординат
16 % Формирование теоретической функции плотности распределения
17 f_pdf = f_a:(f_b-f_a)/Npsd:f_b; % Область определения
18 Phi_f = pdf(f_prob,f_pdf); % Плотность распределения
```

```

19 % Формирование графика
20 hold on; plot(f_pdf,Phi_f,'Color',Color0,'LineWidth',3);
21 legend('Экспериментальная','Теоретическая','Location','northeast');

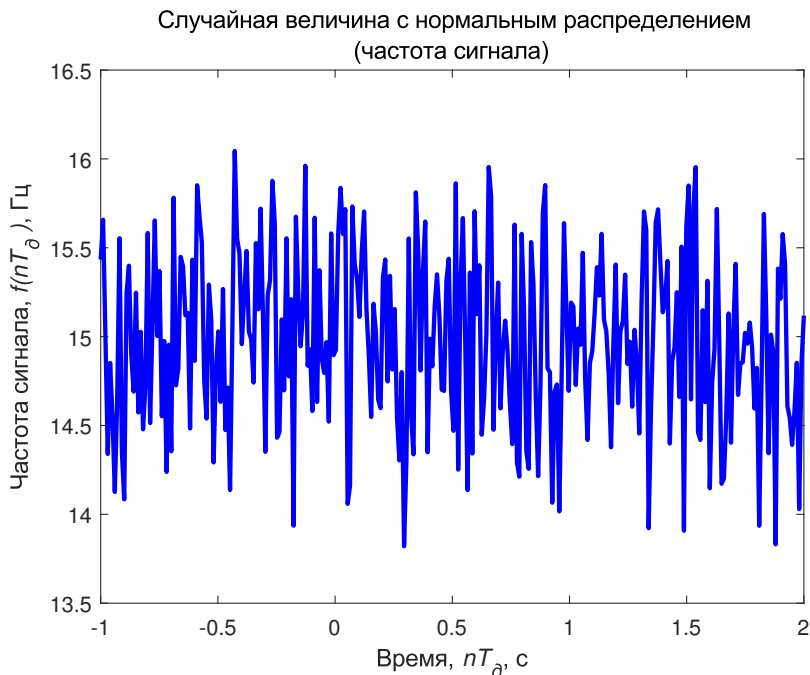
```



```

1 % Формирование графика
2 figure;plot(td,f,'Color',tColor,'LineWidth',2);
3 set(get(gcf,'CurrentAxes'),'FontSize',10); % Изменение шрифта
4 title({'\rm Случайная величина с нормальным распределением','(частота сигнала)'
5 }); % Заголовок
6 xlabel('Время,\it nT_д\rm, с'); % Надпись оси абсцисс
7 ylabel('Частота сигнала,\it f(nT_д)\rm, Гц'); % Надпись оси ординат

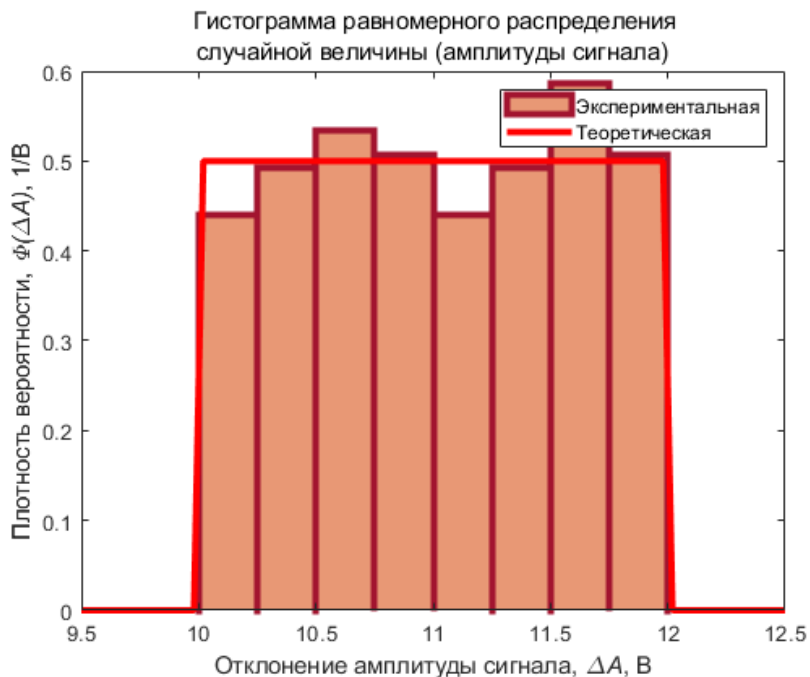
```



1.3 Моделирование случайного сигнала с равномерным распределением

```

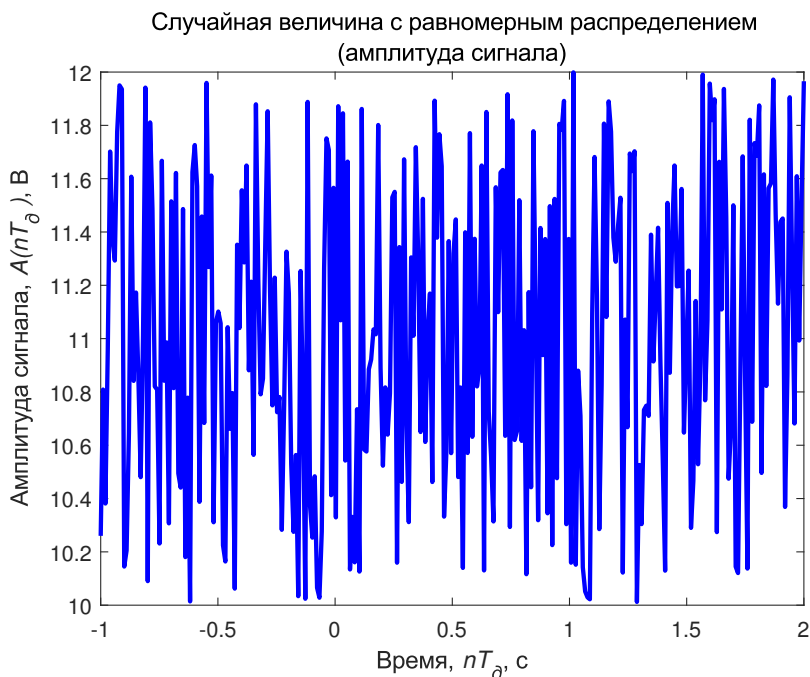
1  % Моделирование случайного сигнала с равномерным распределением
2  % (амплитуда псевдослучайного сигнала)
3  A_prob = makedist('Uniform',A_a,A_b); % Распределение вероятности
4  A = random(A_prob,N,1); % Формирование значений
5  % Формирование гистограммы
6  Npsd = 50; % Количество точек гистограммы
7  nBars = 8; % Количество прямоугольников гистограммы
8  figure; histogram(A,nBars,'EdgeColor',eColorDark,...
9      'Normalization','pdf','FaceColor',eColor,...
10     'LineWidth',3); % Экспериментальная
11 title({'\rm Гистограмма равномерного распределения',...
12     'случайной величины (амплитуды сигнала)'}); % Заголовок
13 xlabel('Отклонение амплитуды сигнала,\it \Delta\rm, B'); % Надпись оси абсцисс
14 ylabel('Плотность вероятности,\it \Phi(\Delta A)\rm, 1/B'); % Надпись оси ординат
15 % Формирование теоретической функции плотности распределения
16 A_pdf = A_a-0.25*dA:dA/Npsd:A_b+0.25*dA; % Область определения
17 Phi_A = pdf(A_prob,A_pdf); % Плотность распределения
18 % Формирование графика
19 hold on; plot(A_pdf,Phi_A,'Color',Color0,'LineWidth',3);
20 legend('Экспериментальная','Теоретическая','Location','northeast');
```



```

1 % Формирование графика
2 figure;plot(td,A,'Color',tColor,'LineWidth',2);
3 set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', 10); % Изменение шрифта
4 title({'\rm Случайная величина с равномерным распределением', '(амплитуда сигнала)'}); % Заголовок
5 xlabel('Время, \it nT_д \rm, с'); % Надпись оси абсцисс
6 ylabel('Амплитуда сигнала, \it A(nT_д ) \rm, В'); % Надпись оси ординат

```

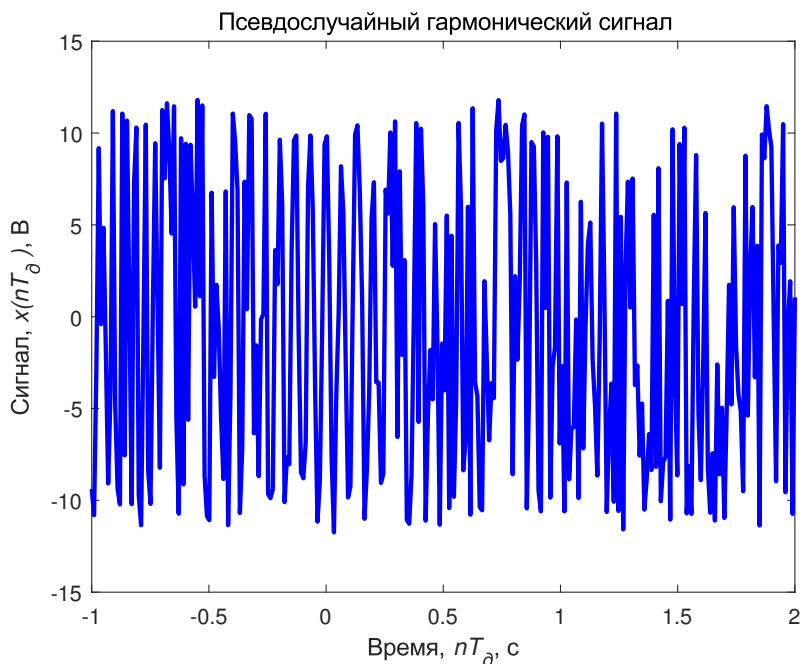



1.4 Моделирование псевдослучайного гармонического сигнала

```

1 % Моделирование псевдослучайного гармонического сигнала
2 xd = A'.*cos(2*pi*f'.*td); % Формирование значений
3 % Формирование графика
4 figure;plot(td,xd,'Color',tColor,'LineWidth',2);
5 set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', 10); % Изменение шрифта
6 title({'\rm Псевдослучайный гармонический сигнал'}); % Заголовок
7 xlabel('Время,\it nT_d\rm, с'); % Надпись оси абсцисс
8 ylabel('Сигнал,\it x(nT_d)\rm, В'); % Надпись оси ординат

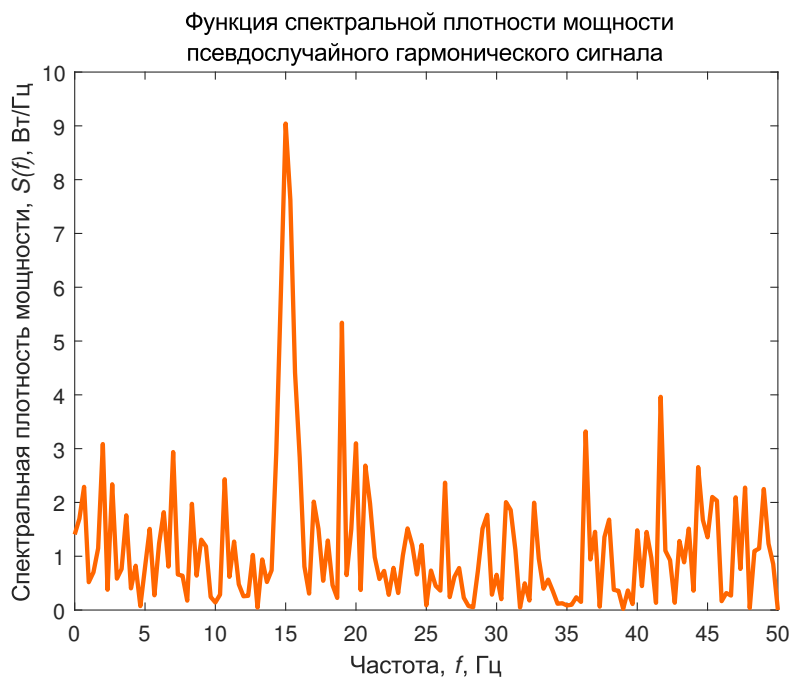
```



```

1 % Формирование функции спектральной плотности мощности
2 [psd,freq] = periodogram(xd,rectwin(length(xd)),...
3     length(xd),fd,'psd'); % Формирование значений
4 % Формирование графика
5 figure; plot(freq,psd,'Color',fColor,'LineWidth',2);
6 set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', 10); % Изменение шрифта
7 title({'\rm Функция спектральной плотности мощности',...
8     'псевдослучайного гармонического сигнала'}}); % Заголовок
9 xlabel('Частота,\it f\rm, Гц'); % Надпись оси абсцисс
10 ylabel('Спектральная плотность мощности,\it S(f)\rm, Вт/Гц'); % Надпись оси орди
    нат

```



Варианты заданий для самостоятельной работы

№	Задание	№	Задание
1	$t_{min} = 16 \text{ с}; t_{max} = 30 \text{ с};$ $A = 3 \text{ В};$ $A_0 = 6 \text{ В};$ Тип: HP^1 ; $m(f) = 3 \text{ Гц}; \sigma(f) = 13 \text{ Гц};$ Тип: TP^3 ; $\phi: a = \frac{\pi}{20}, b = \frac{\pi}{2}, c = \frac{\pi}{2}.$	16	$t_{min} = 19 \text{ с}; t_{max} = 37 \text{ с};$ $A = 3 \text{ В};$ Тип: TP^3 ; $A_0: a = 8 \text{ В}, b = 16 \text{ В}, c = 25 \text{ В};$ $f = 13 \text{ Гц};$ Тип: HP^1 ; $m(\phi) = \frac{\pi}{22}; \sigma(\phi) = \frac{\pi}{3}.$
2	$t_{min} = 20 \text{ с}; t_{max} = 27 \text{ с};$ Тип: PP^2 ; $A = 5 \pm 25 \text{ В};$ $A_0 = 15 \text{ В};$ $f = 5 \text{ Гц};$ Тип: TP^3 ; $\phi: a = \frac{\pi}{16}, b = \frac{\pi}{12}, c = \frac{\pi}{3}.$	17	$t_{min} = 18 \text{ с}; t_{max} = 37 \text{ с};$ Тип: HP^1 ; $m(A) = 4 \text{ В}; \sigma(A) = 14 \text{ В};$ $A_0 = 10 \text{ В};$ $f = 23 \text{ Гц};$ Тип: HP^1 ; $m(\phi) = \frac{\pi}{26}; \sigma(\phi) = \frac{\pi}{2}.$
3	$t_{min} = 11 \text{ с}; t_{max} = 21 \text{ с};$ Тип: HP^1 ; $m(A) = 5 \text{ В}; \sigma(A) = 26 \text{ В};$ $A_0 = 20 \text{ В};$ Тип: TP^3 ; $f: a = 10 \text{ Гц}, b = 12 \text{ Гц}, c = 13 \text{ Гц};$ $\phi = \frac{\pi}{14}.$	18	$t_{min} = 20 \text{ с}; t_{max} = 27 \text{ с};$ Тип: HP^1 ; $m(A) = 4 \text{ В}; \sigma(A) = 30 \text{ В};$ $A_0 = 17 \text{ В};$ $f = 15 \text{ Гц};$ Тип: HP^1 ; $m(\phi) = \frac{\pi}{25}; \sigma(\phi) = \frac{\pi}{5}.$
4	$t_{min} = 3 \text{ с}; t_{max} = 18 \text{ с};$ Тип: PP^2 ; $A = 9 \pm 24 \text{ В};$ Тип: PP^2 ; $A_0 = 7 \pm 30 \text{ В};$ $f = 8 \text{ Гц};$ $\phi = \frac{\pi}{15}.$	19	$t_{min} = 20 \text{ с}; t_{max} = 47 \text{ с};$ Тип: HP^1 ; $m(A) = 6 \text{ В}; \sigma(A) = 20 \text{ В};$ Тип: HP^1 ; $m(A_0) = 4 \text{ В}; \sigma(A_0) = 19 \text{ В};$ $f = 7 \text{ Гц};$ $\phi = \frac{\pi}{23}.$
5	$t_{min} = 7 \text{ с}; t_{max} = 22 \text{ с};$ Тип: PP^2 ; $A = 4 \pm 28 \text{ В};$ Тип: PP^2 ; $A_0 = 10 \pm 21 \text{ В};$ $f = 4 \text{ Гц};$ $\phi = \frac{\pi}{6}.$	20	$t_{min} = 14 \text{ с}; t_{max} = 31 \text{ с};$ Тип: HP^1 ; $m(A) = 8 \text{ В}; \sigma(A) = 22 \text{ В};$ $A_0 = 25 \text{ В};$ $f = 14 \text{ Гц};$ Тип: HP^1 ; $m(\phi) = \frac{\pi}{22}; \sigma(\phi) = \frac{\pi}{5}.$

№	Задание	№	Задание
6	$t_{min} = 19 \text{ c}; t_{max} = 32 \text{ c};$ $A = 4 \text{ В};$ Тип: РР ² ; $A_0 = 7 \pm 29 \text{ В};$ $f = 6 \text{ Гц};$ Тип: НР ¹ ; $m(\phi) = \frac{\pi}{27}; \sigma(\phi) = \frac{\pi}{1}.$	21	$t_{min} = 18 \text{ c}; t_{max} = 44 \text{ c};$ $A = 19 \text{ В};$ Тип: НР ¹ ; $m(A_0) = 8 \text{ В}; \sigma(A_0) = 18 \text{ В};$ $f = 18 \text{ Гц};$ Тип: НР ¹ ; $m(\phi) = \frac{\pi}{25}; \sigma(\phi) = \frac{\pi}{3}.$
7	$t_{min} = 9 \text{ c}; t_{max} = 27 \text{ c};$ $A = 6 \text{ В};$ Тип: НР ¹ ; $m(A_0) = 9 \text{ В}; \sigma(A_0) = 26 \text{ В};$ $f = 3 \text{ Гц};$ Тип: ТР ³ ; $\phi: a = \frac{\pi}{21}, b = \frac{\pi}{16}, c = \frac{\pi}{5}.$	22	$t_{min} = 13 \text{ c}; t_{max} = 22 \text{ c};$ $A = 8 \text{ В};$ Тип: НР ¹ ; $m(A_0) = 10 \text{ В}; \sigma(A_0) = 20 \text{ В};$ $f = 17 \text{ Гц};$ Тип: НР ¹ ; $m(\phi) = \frac{\pi}{19}; \sigma(\phi) = \frac{\pi}{2}.$
8	$t_{min} = 7 \text{ c}; t_{max} = 22 \text{ c};$ Тип: НР ¹ ; $m(A) = 5 \text{ В}; \sigma(A) = 18 \text{ В};$ $A_0 = 14 \text{ В};$ Тип: ТР ³ ; $f: a = 8 \text{ Гц}, b = 8 \text{ Гц}, c = 10 \text{ Гц};$ $\phi = \frac{\pi}{22}.$	23	$t_{min} = 13 \text{ c}; t_{max} = 32 \text{ c};$ Тип: РР ² ; $A = 10 \pm 15 \text{ В};$ $A_0 = 4 \text{ В};$ Тип: ТР ³ ; $f: a = 4 \text{ Гц}, b = 6 \text{ Гц}, c = 15 \text{ Гц};$ $\phi = \frac{\pi}{19}.$
9	$t_{min} = 19 \text{ c}; t_{max} = 43 \text{ c};$ $A = 10 \text{ В};$ Тип: НР ¹ ; $m(A_0) = 7 \text{ В}; \sigma(A_0) = 14 \text{ В};$ $f = 11 \text{ Гц};$ Тип: РР ² ; $\phi = \frac{\pi}{27} \pm \frac{\pi}{4}.$	24	$t_{min} = 6 \text{ c}; t_{max} = 26 \text{ c};$ $A = 7 \text{ В};$ $A_0 = 14 \text{ В};$ Тип: НР ¹ ; $m(f) = 3 \text{ Гц}; \sigma(f) = 11 \text{ Гц};$ Тип: РР ² ; $\phi = \frac{\pi}{23} \pm \frac{\pi}{3}.$
10	$t_{min} = 16 \text{ c}; t_{max} = 39 \text{ c};$ Тип: НР ¹ ; $m(A) = 10 \text{ В}; \sigma(A) = 14 \text{ В};$ Тип: НР ¹ ; $m(A_0) = 6 \text{ В}; \sigma(A_0) = 19 \text{ В};$ $f = 11 \text{ Гц};$ $\phi = \frac{\pi}{17}.$	25	$t_{min} = 14 \text{ c}; t_{max} = 30 \text{ c};$ $A = 13 \text{ В};$ $A_0 = 15 \text{ В};$ Тип: ТР ³ ; $f: a = 10 \text{ Гц}, b = 13 \text{ Гц}, c = 20 \text{ Гц};$ Тип: РР ² ; $\phi = \frac{\pi}{28} \pm \frac{\pi}{1}.$

№	Задание	№	Задание
11	$t_{min} = 12$ с; $t_{max} = 20$ с; $A = 22$ В; $A_0 = 24$ В; Тип: ТР ³ ; $f: a = 7$ Гц, $b = 12$ Гц, $c = 18$ Гц; Тип: РР ² ; $\phi = \frac{\pi}{25} \pm \frac{\pi}{1}$.	26	$t_{min} = 20$ с; $t_{max} = 49$ с; $A = 4$ В; $A_0 = 13$ В; Тип: НР ¹ ; $m(f) = 10$ Гц; $\sigma(f) = 15$ Гц; Тип: ТР ³ ; $\phi: a = \frac{\pi}{19}$, $b = \frac{\pi}{10}$, $c = \frac{\pi}{5}$.
12	$t_{min} = 8$ с; $t_{max} = 32$ с; Тип: НР ¹ ; $m(A) = 10$ В; $\sigma(A) = 17$ В; $A_0 = 5$ В; $f = 7$ Гц; Тип: РР ² ; $\phi = \frac{\pi}{14} \pm \frac{\pi}{4}$.	27	$t_{min} = 14$ с; $t_{max} = 35$ с; $A = 10$ В; $A_0 = 4$ В; Тип: ТР ³ ; $f: a = 6$ Гц, $b = 10$ Гц, $c = 12$ Гц; Тип: РР ² ; $\phi = \frac{\pi}{12} \pm \frac{\pi}{3}$.
13	$t_{min} = 11$ с; $t_{max} = 20$ с; $A = 23$ В; Тип: РР ² ; $A_0 = 5 \pm 19$ В; $f = 24$ Гц; Тип: НР ¹ ; $m(\phi) = \frac{\pi}{26}$; $\sigma(\phi) = \frac{\pi}{4}$.	28	$t_{min} = 13$ с; $t_{max} = 39$ с; Тип: ТР ³ ; $A: a = 9$ В, $b = 10$ В, $c = 10$ В; $A_0 = 22$ В; Тип: НР ¹ ; $m(f) = 8$ Гц; $\sigma(f) = 12$ Гц; $\phi = \frac{\pi}{20}$.
14	$t_{min} = 10$ с; $t_{max} = 40$ с; $A = 5$ В; $A_0 = 6$ В; Тип: НР ¹ ; $m(f) = 9$ Гц; $\sigma(f) = 10$ Гц; Тип: ТР ³ ; $\phi: a = \frac{\pi}{14}$, $b = \frac{\pi}{9}$, $c = \frac{\pi}{5}$.	29	$t_{min} = 17$ с; $t_{max} = 29$ с; $A = 19$ В; Тип: ТР ³ ; $A_0: a = 9$ В, $b = 13$ В, $c = 13$ В; $f = 10$ Гц; Тип: РР ² ; $\phi = \frac{\pi}{21} \pm \frac{\pi}{3}$.
15	$t_{min} = 11$ с; $t_{max} = 28$ с; $A = 3$ В; Тип: НР ¹ ; $m(A_0) = 10$ В; $\sigma(A_0) = 10$ В; $f = 21$ Гц; Тип: РР ² ; $\phi = \frac{\pi}{25} \pm \frac{\pi}{3}$.	30	$t_{min} = 10$ с; $t_{max} = 32$ с; Тип: РР ² ; $A = 4 \pm 18$ В; $A_0 = 16$ В; $f = 15$ Гц; Тип: НР ¹ ; $m(\phi) = \frac{\pi}{23}$; $\sigma(\phi) = \frac{\pi}{4}$.

¹НР – нормальное распределение.

²РР – равномерное распределение.

³ТР – треугольное распределение.

Контрольные вопросы

1. На интервал какой длины приходится более 99% значений случайной величины, распределенной по нормальному закону?
2. Поясните в каких случаях какое распределение (равномерное, нормальное, треугольное) случайной величины следует применять.
3. Чем отличается псевдослучайный сигнал от детерминированного и случайного?
4. В какой области (временной или частотной) проще отличить псевдослучайный сигнал, полученный в данной работе, от шума? Почему?
5. Какие сигналы чаще встречаются на практике: детерминированные или псевдослучайные?

Лабораторная работа №4

Простые и сложные сигналы в локации. База сигнала. Функция неопределенности

Цель работы

Приобретение практических навыков, освоение программных средств имитационного моделирования простых и сложных сигналов с различными характеристиками, применяемых в радиолокации, гидролокации и других отраслях науки и техники. Практическое изучение способов увеличения разрешающей способности измерения смещения сигналов по времени и частоте.

Основные теоретические сведения

В цифровой обработке сигналов, как правило, полезный сигнал является детерминированным, его искажение осуществляется естественными или искусственными шумами — случайными сигналами. Вероятность и точность обнаружения полезного сигнала на фоне помех зависит, в том числе, от *соотношения сигнал-шум*, которое определяется выражением

$$K_{SNR} = \frac{P_{signal}}{P_{noise}} = \left(\frac{A_{signal}}{A_{noise}} \right)^2, \quad (9)$$

где P — средняя мощность;

A — среднеквадратичное значение амплитуды.

Параметры сигнала и шума измеряются в полосе пропускания системы. На практике соотношение сигнал-шум часто выражается в децибелах (дБ). В этом случае выражение (9) принимает вид

$$K_{SNRDB} = 10 \log_{10} \left(\frac{P_{signal}}{P_{noise}} \right) = 20 \log_{10} \left(\frac{A_{signal}}{A_{noise}} \right)^2.$$

Для увеличения данного соотношения необходимо увеличение энергии полезного сигнала. В случае активной локации — энергии зондирующего сигнала. В теории для простого гармонического сигнала это может быть выполнено двумя способами: увеличение мощности сигнала, либо увеличение длительности сигнала. На практике увеличение мощности сигнала непосредственно связано с ограничениями аппаратуры передатчика, а увеличение длительности сигнала дополнительно может повлечь за собой несоответствие алгоритмическим требованиям.

Для обеспечения лучшей помехоустойчивости в локации без увеличения энергии зондирующих сигналов используют определенные виды сигналов.

Базой сигнала называется величина

$$B = \Delta f \cdot \Delta t,$$

где Δf — эффективная ширина спектра сигнала;
 Δt — длительность сигнала.

Простым называется сигнал, если его база $B \approx 1$. База сложного сигнала $B \gg 1$. Сложные сигналы также принято называть широкополосными.

В локации при обработке принятого сигнала решается задача определения времени задержки (определение дальности до цели) и частоты сигнала (определение радиальной составляющей относительной скорости цели в соответствии с выражениями, описывающими эффект Доплера).

Функция автокорреляции сигнала позволяет определить разрешающую способность как по дальности, так и по скорости. В общем случае она является комплексной и имеет вид

$$\begin{aligned} R(\Delta t, \Delta f) &= \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) s^*(t - \Delta t) e^{-j2\pi \Delta f t} dt = \dots \\ &\dots = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{+\infty} s^*(f) \cdot s(f - \Delta f) e^{-2\pi f t} df. \end{aligned} \quad (10)$$

В том случае, если смещение по времени и частоте отсутствует (равны нолю), то функция достигает своего максимума $R(0,0) = 1$. Из выражения (10) можно получить частные выражения для корреляционной функции по времени ($\Delta f = 0$)

$$R(\Delta t, 0) = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) s(t - \Delta t) dt$$

и частоте ($\Delta t = 0$)

$$R(0, \Delta f) = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{+\infty} s(f) s(f - \Delta f) df.$$

Функцией неопределенности называется квадрат модуля двумерной функции корреляции сигнала по времени и частоте

$$A(\Delta t, \Delta f) = |R(\Delta t, \Delta f)|^2.$$

Функция неопределенности сигнала, идеального с точки зрения обеспечения разрешающей способности, представляет собой острый пик со значением, равным бесконечности в точке $(0,0)$ и равным нолю во всех остальных точках (Рисунок 21). Вид функции неопределенности реального сигнала на примере тонального импульса приведен на рисунке 22.

Функция неопределенности всегда симметрична.

Изменение формы сигнала деформируют поверхность неопределенности, но

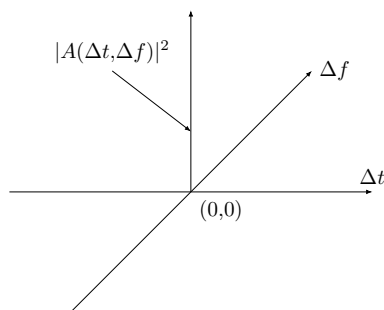


Рис. 21. График функции неопределенности сигнала, идеального с точки зрения обеспечения разрешающей способности

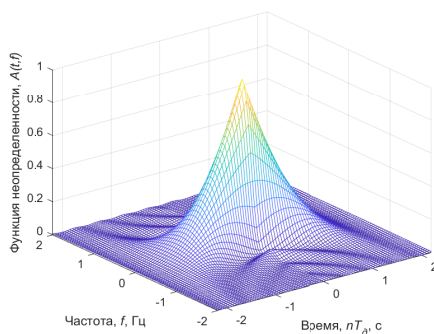


Рис. 22. График функции неопределенности тонального импульса

объем под поверхностью остается неизменным. Таким образом, невозможно улучшить точность определения дальности цели, не ухудшив точность определения относительной радиальной скорости цели и наоборот. Невозможность повышения потенциальной разрешающей способности одновременно по дальности и по скорости в локации носит название *принципа неопределенности*.

Поверхность неопределенности характеризует разрешающую способность по дальности и скорости и, следовательно, позволяет обосновать выбор зондирующего сигнала. Для удобства выбора типа зондирующего сигнала поверхность неопределенности иногда заменяют эквивалентной цилиндрической поверхностью единичной площадью основания и высотой равной единице. Пример основания эквивалентной цилиндрической поверхности приведен на рисунке 23.

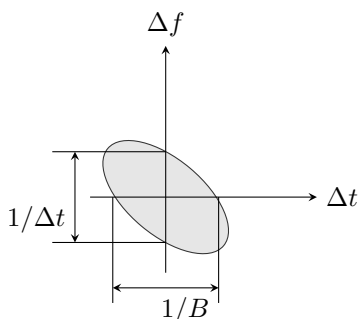


Рис. 23. Обобщенный вид основания цилиндрической поверхности, эквивалентной поверхности неопределенности

Задачи и порядок выполнения работы

Для успешного выполнения работы необходимо:

1. Рассчитать и привести графики двумерной функции автокорреляции и функции неопределенности для сигнала в виде импульса заданного типа и длительности T .
2. Построить проекции функций автокорреляции и неопределенности на оси частоты и времени.
3. Оценить разрешающую способность сигнала по дальности и частоте. При расчетах использовать частоту дискретизации, равную $f_d = 3 \cdot 10^6$ Гц, а скорость распространения сигнала принять равной $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

После выполнения экспериментальной части необходимо ответить на предложенные контрольные вопросы для закрепления пройденного материала и установления взаимосвязи между полученными результатами практических работ и теоретическими знаниями.

Результаты работы рекомендуется оформить в виде отчета, в котором должна содержаться следующая информация: цель работы; решённые в процессе её достижения задачи; основные математические выражения, использованные при решении задач; текст программы или схема моделирования, результаты моделирования в виде графиков и заключение, позволяющее сделать вывод о сопоставимости результатов практической работы с теоретическими сведениями.

Пример выполнения работы в среде MathWorks MATLAB

1. Моделирование автокорреляционных функций и функции неопределенности для простых сигналов

1.1. Инициализация и формирование значений основных параметров

```
1 % Имитационное моделирование и графическая визуализация
2 % функции неопределенности простых и сложных сигналов
3 clear all; % Очистка памяти
4 close all; % Закрытие всех окон с графиками
5 clc; % Очистка окна команд и сообщений
6 fontSize=10; % Размер шрифта графиков
7 fontType=''; % Тип шрифта графиков
8 % Цвет графиков
9 tColor='b'; % Временная область
10 tColorLight=[0.3 0.7 0.9]; % Временная область
11 Color0='r'; % Эталонные сигналы
12 fColor=[1 0.4 0]; % Частотная область
13 eColor=[0.85 0.325 0.098]; % Погрешности
14 eColorLight=[0.9 0.9 0.4]; % Погрешности
15 eColorDark=[0.635 0.078 0.184]; % Погрешности
16 tstep = 0.05; % Шаг по оси времени
17 fstep = 0.05; % Шаг по оси частоты
18 dT = 2; % Длительность импульса
19 tmin = -1.1 * dT; % Диапазон значений по времени (мин)
20 tmax = 1.1 * dT; % Диапазон значений по времени (макс)
21 fmin = -4/dT; % Диапазон значений по частоте (мин)
22 fmax = 4/dT; % Диапазон значений по частоте (макс)
23 t = tmin:tstep:tmax; % Значения по оси времени
24 f = fmin:fstep:fmax; % Значения по оси частоты
```

1.2 Моделирование двумерной автокорреляционной функции для тонального импульса

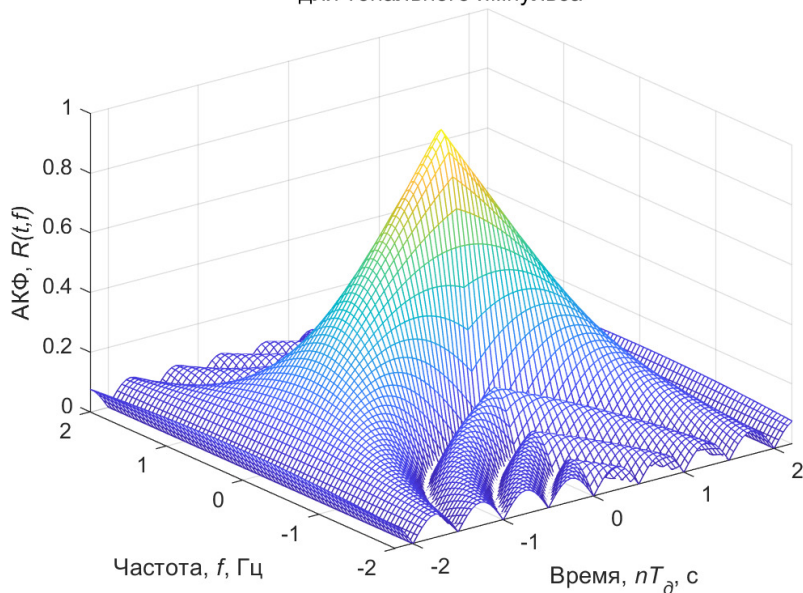
```
1 % Формирование значений двумерной автокорреляционной
2 % функции тонального импульса
3 eps = 0.000001;
4 i = 0;
5 for ti = tmin:tstep:tmax
6     i = i + 1;
7     j = 0;
8     for fj = fmin:fstep:fmax
9         j = j + 1;
10        val1 = 1 - abs(ti) / dT;
11        val2 = pi * dT * (1.0 - abs(ti) / dT) * fj;
12        x(j,i) = abs( val1 * sin(val2+eps)/(val2+eps));
13    end
14 end
15 % Формирование трехмерного графика
```

```

16 figure; mesh(t,f,x);
17 set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', fontSize); % Изменение шрифта
18 xlabel ('Время,\it nT_д\rm, с'); % Надпись оси абсцисс
19 ylabel ('Частота,\it f\rm, Гц'); % Надпись оси ординат
20 zlabel('АКФ,\it R(t,f)'); % Надпись оси аппликат
21 title({'\rm Двумерная автокорреляционная функция';...
22       'для тонального импульса'}); % Заголовок

```

Двумерная автокорреляционная функция
для тонального импульса

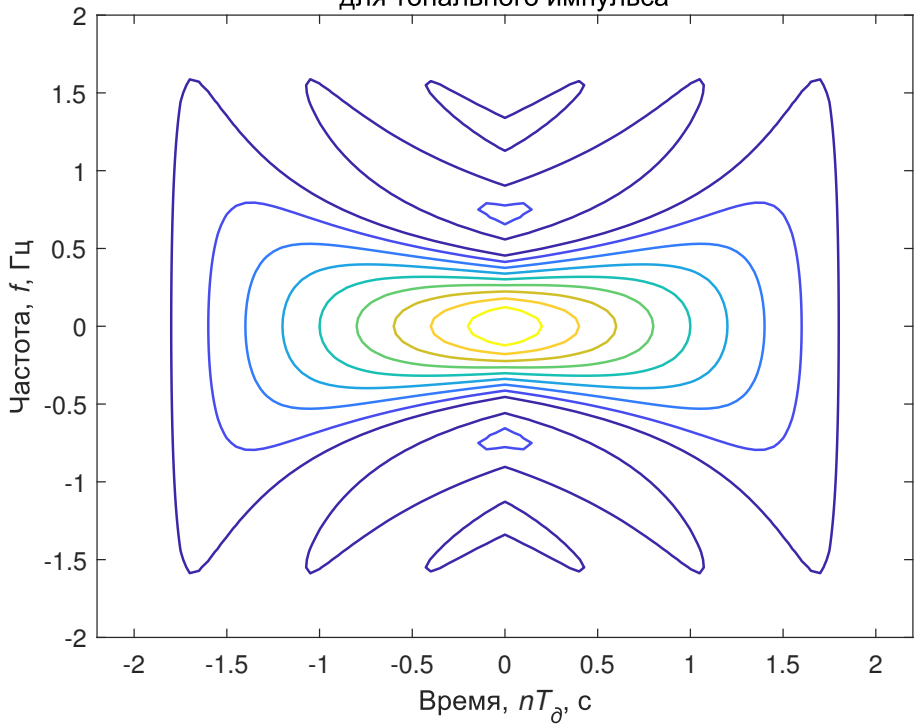


```

1 % Формирование проекции
2 figure; contour(t,f,x,'Linewidth',1);
3 set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', fontSize); % Изменение шрифта
4 xlabel ('Время,\it nT_д\rm, с'); % Надпись оси абсцисс
5 ylabel ('Частота,\it f\rm, Гц'); % Надпись оси ординат
6 title({'\rm Проекция двумерной автокорреляционной функции';...
7       'для тонального импульса'}); % Заголовок

```

Проекция двумерной автокорреляционной функции для тонального импульса



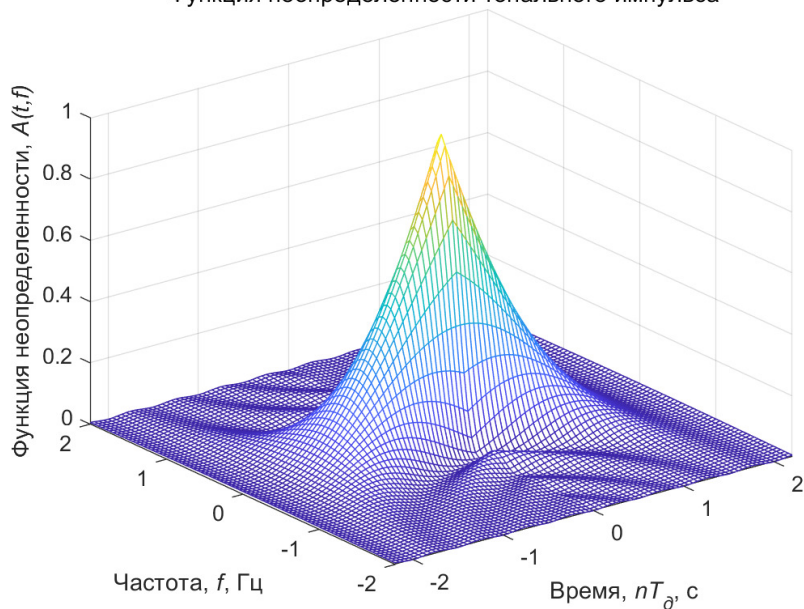
1.3 Моделирование функции неопределенности для тонального импульса

```

1 % Моделирование функции неопределенности импульса с линейной частотной модуляцией
2 y = x.^2; % Формирование значений
3 % Формирование трехмерного графика
4 figure; mesh(t,f,y);
5 set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', fontSize); % Изменение шрифта
6 xlabel('Время,\it nT_д\rm, с'); % Надпись оси абсцисс
7 ylabel('Частота,\it f\rm, Гц'); % Надпись оси ординат
8 zlabel('Функция неопределенности,\it A(t,f)'); % Надпись оси аппликат
9 title({'\rm Функция неопределенности тонального импульса'}); % Заголовок

```

Функция неопределенности тонального импульса

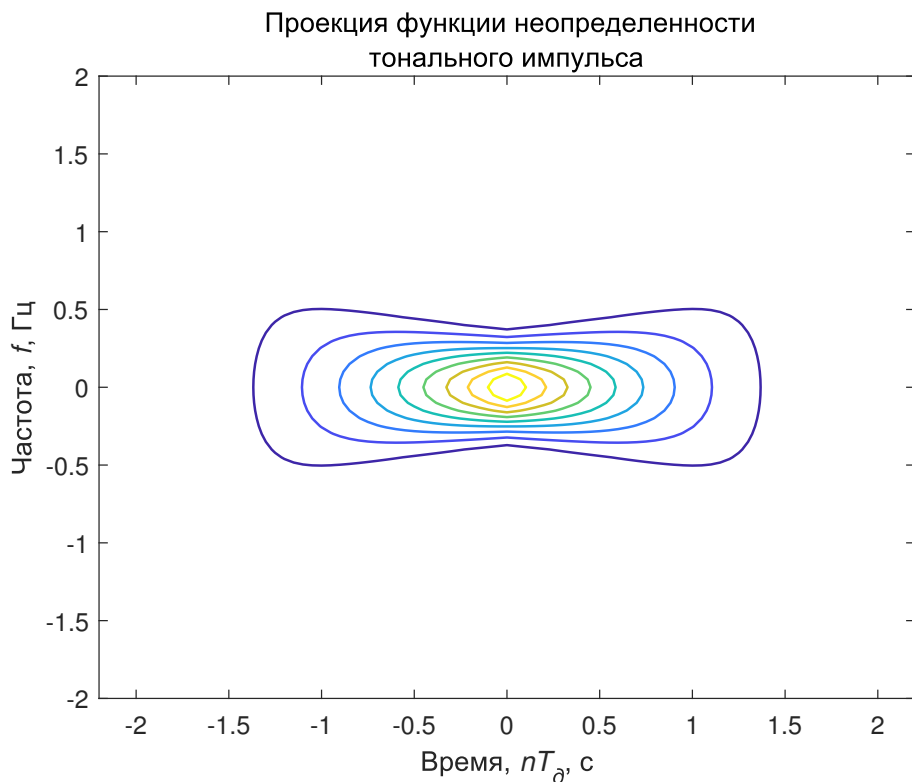


1.4 Формирование проекции функции неопределенности для тонального импульса

```

1 % Формирование проекции
2 figure; contour(t,f,y,'Linewidth',1);
3 set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', fontSize); % Изменение шрифта
4 xlabel ('Время,\it nT_д\rm, с'); % Надпись оси абсцисс
5 ylabel ('Частота,\it f\rm, Гц'); % Надпись оси ординат
6 title({'\rm Проекция функции неопределенности';...
7       'тонального импульса'}); % Заголовок

```

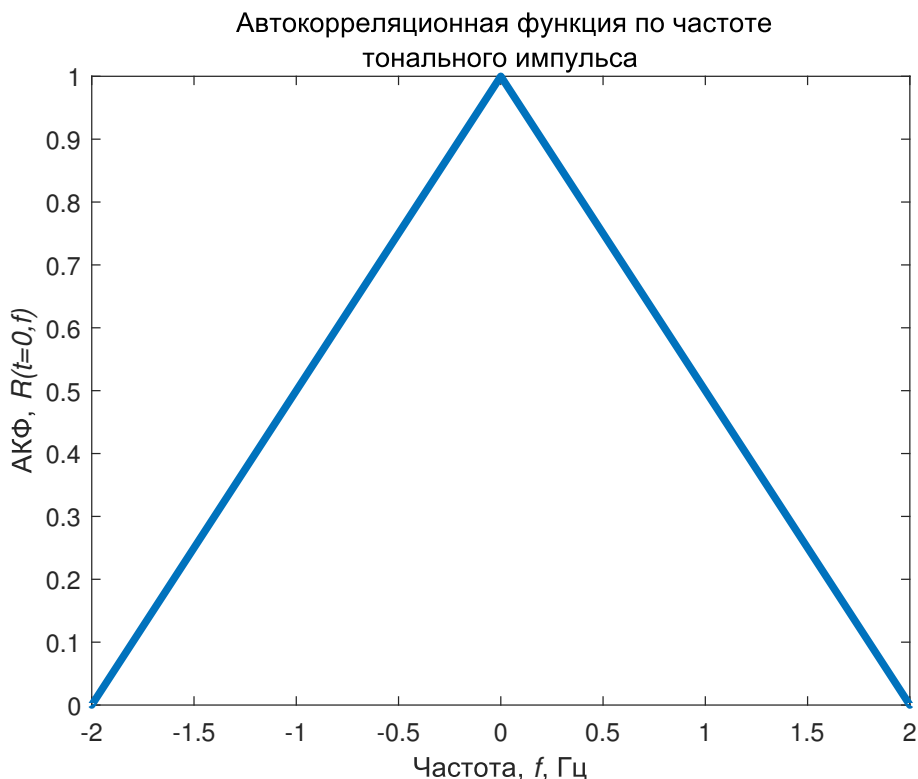


1.5 Моделирование автокорреляционной функции по частоте для тонального импульса

```

1 % Формирование автокорреляционной функции по частоте для тонального
2 % импульса
3 xf=x((fmax-fmin)/(2*fstep)+1,:); % Формирование значений
4 % Формирование графика
5 figure; plot(t,xf,'Linewidth',3);
6 axis([fmin fmax 0 1]); % Диапазон значений осей
7 set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', fontSize); % Изменение шрифта
8 title({'\rm Автокорреляционная функция по частоте';...
9       'тонального импульса'}); % Заголовок
10 xlabel('Частота,\it f\rm, Гц'); % Надпись оси абсцисс
11 ylabel('АКФ,\it R(t=0,f)\rm'); % Надпись оси ординат

```

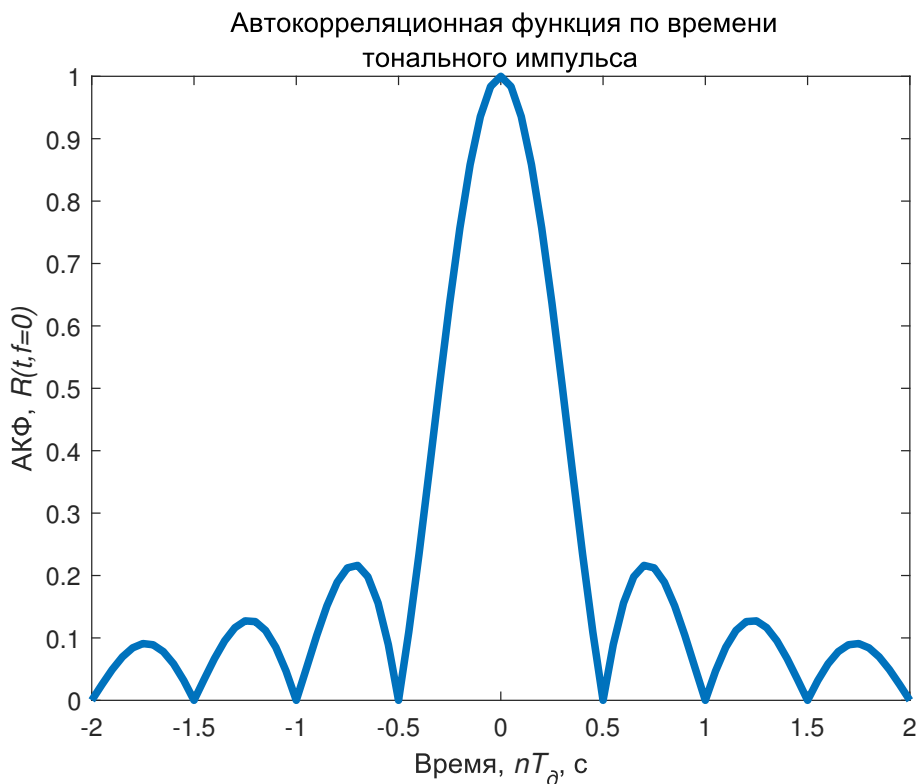



1.6 Моделирование автокорреляционной функции по времени для тонального импульса

```

1 % Формирование автокорреляционной функции по времени для тонального
2 % импульса
3 xt=x(:,(tmax-tmin)/(2*tstep)+1); % Формирование значений
4 % Формирование графика
5 figure; plot(f,xt,'Linewidth',3);
6 axis([fmin fmax 0 1]); % Диапазон значений осей
7 set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', fontSize); % Изменение шрифта
8 title({'\rm Автокорреляционная функция по времени'; 'тонального импульса'}); % За
   головок
9 xlabel ('Время, \it nT_д\rm, с'); % Надпись оси абсцисс
10 ylabel ('АКФ, \it R(t,f=0)\rm'); % Надпись оси ординат

```



2. Моделирование автокорреляционных функций и функции неопределенности для сложных сигналов

2.1 Инициализация и формирование значений основных параметров

```

1 % Формирование двумерной автокорреляционной функции ЛЧМ-импульса
2 fDelta = 2; % Ширина спектра импульса
3 mu = (fDelta*fmax)/(2*dT); % Линейный коэффициент девиации частоты

```

2.2 Моделирование двумерной автокорреляционной функции для импульса с линейной частотной модуляцией

```

1 i=0;
2 for ti = tmin:tstep:tmax
3     i = i + 1;
4     j = 0;
5     for fj = fmin:fstep:fmax
6         j = j + 1;
7         val1 = 1. - abs(ti) / dT;
8         val2 = pi * dT * (1.0 - abs(ti) / dT);
9         val3 = (fj + mu * ti);

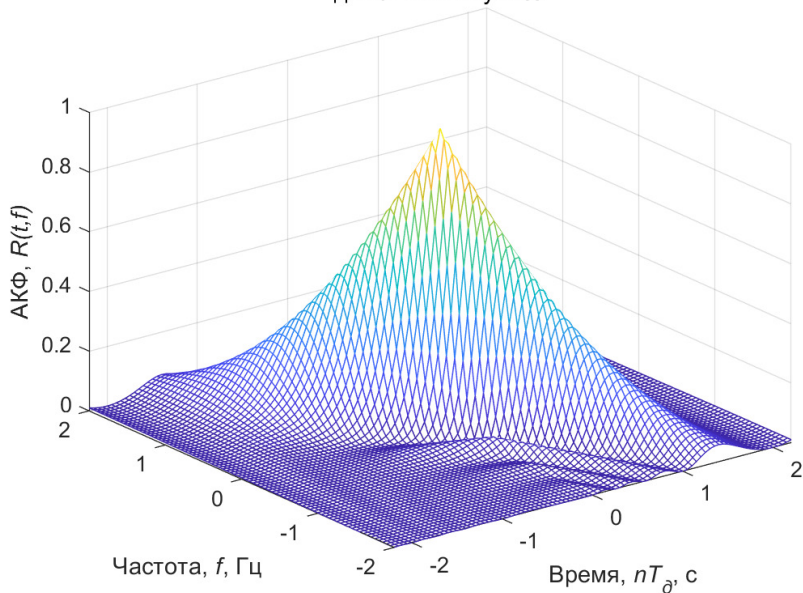
```

```

10     val = val2 * val3;
11     x(j,i) = abs( val1 * (sin(val+eps)/(val+eps))).^2;
12 end
13 end
14 % Формирование трехмерного графика
15 figure; mesh(t,f,x);
16 set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', fontSize); % Изменение шрифта
17 xlabel('Время, \it nT_д\rm, с'); % Надпись оси абсцисс
18 ylabel('Частота, \it f\rm, Гц'); % Надпись оси ординат
19 zlabel('АКФ, \it R(t,f)'); % Надпись оси аппликат
20 title({'\rm Двумерная автокорреляционная функция';...
21     'для ЛЧМ-импульса'}); % Заголовок

```

Двумерная автокорреляционная функция
для ЛЧМ-импульса

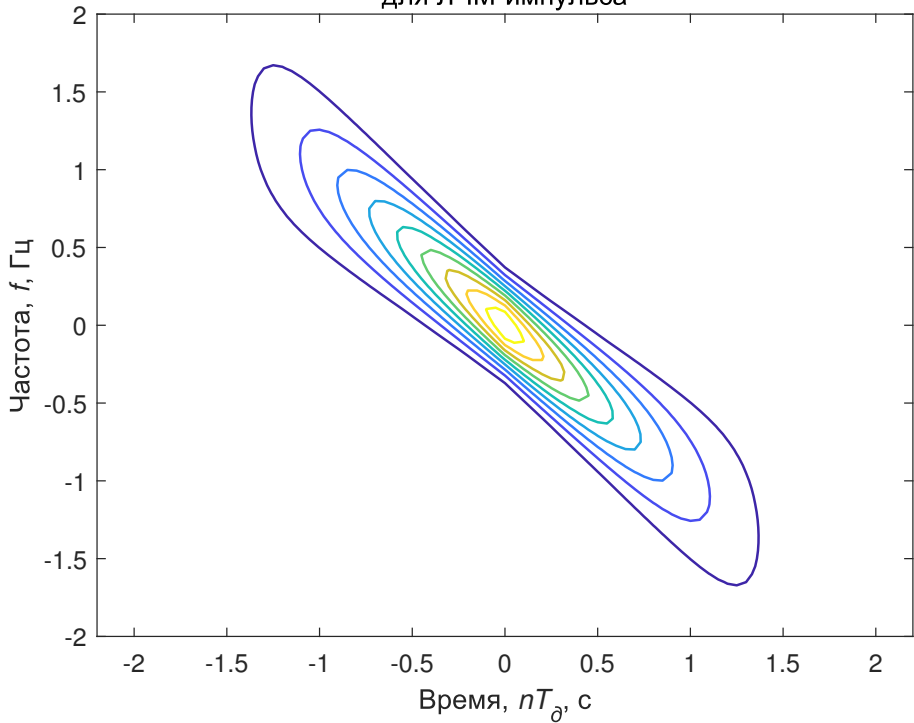


```

1 figure; contour(t,f,x,'Linewidth',1);
2 set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', fontSize); % Изменение шрифта
3 xlabel('Время, \it nT_д\rm, с'); % Надпись оси абсцисс
4 ylabel('Частота, \it f\rm, Гц'); % Надпись оси ординат
5 title({'\rm Проекция двумерной автокорреляционной функции';...
6     'для ЛЧМ-импульса'}); % Заголовок

```

Проекция двумерной автокорреляционной функции для ЛЧМ-импульса



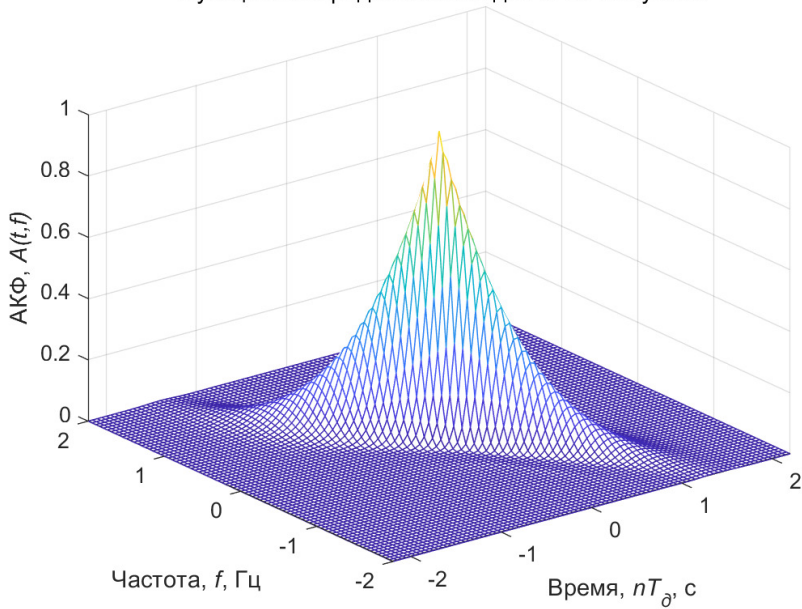
2.3 Моделирование функции неопределенности для импульса с линейной частотной модуляцией

```

1 % Моделирование функции неопределенности импульса с линейной частотной модуляцией
2 y = x.^2; % Формирование значений
3 % Формирование трехмерного графика
4 figure; mesh(t,f,y);
5 set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', fontSize); % Изменение шрифта
6 xlabel('Время,\it nT_d\rm, с'); % Надпись оси абсцисс
7 ylabel('Частота,\it f\rm, Гц'); % Надпись оси ординат
8 zlabel('АКФ,\it A(t,f)'); % Надпись оси аппликат
9 title({'\rm Функция неопределенности для ЛЧМ-импульса'}); % Заголовок

```

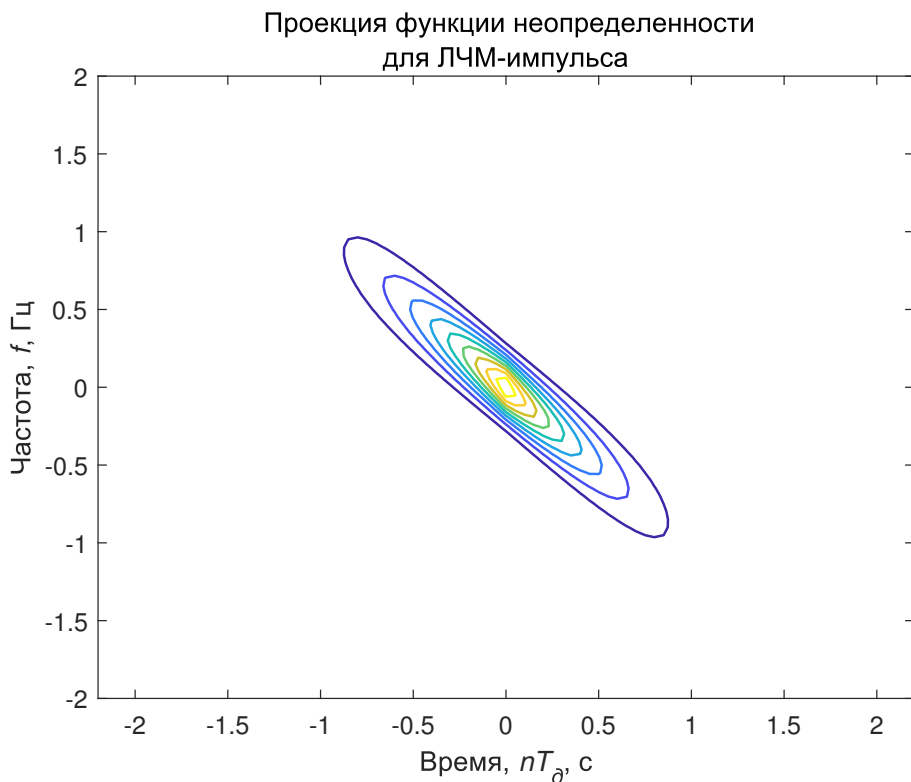
Функция неопределенности для ЛЧМ-импульса



```

1 % Формирование проекции
2 figure; contour(t,f,y,'Linewidth',1);
3 set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', fontSize); % Изменение шрифта
4 xlabel ('Время,\it nT_д\rm, с'); % Надпись оси абсцисс
5 ylabel ('Частота,\it f\rm, Гц'); % Надпись оси ординат
6 title({'\rm Проекция функции неопределенности';...
7       'для ЛЧМ-импульса'}); % Заголовок

```

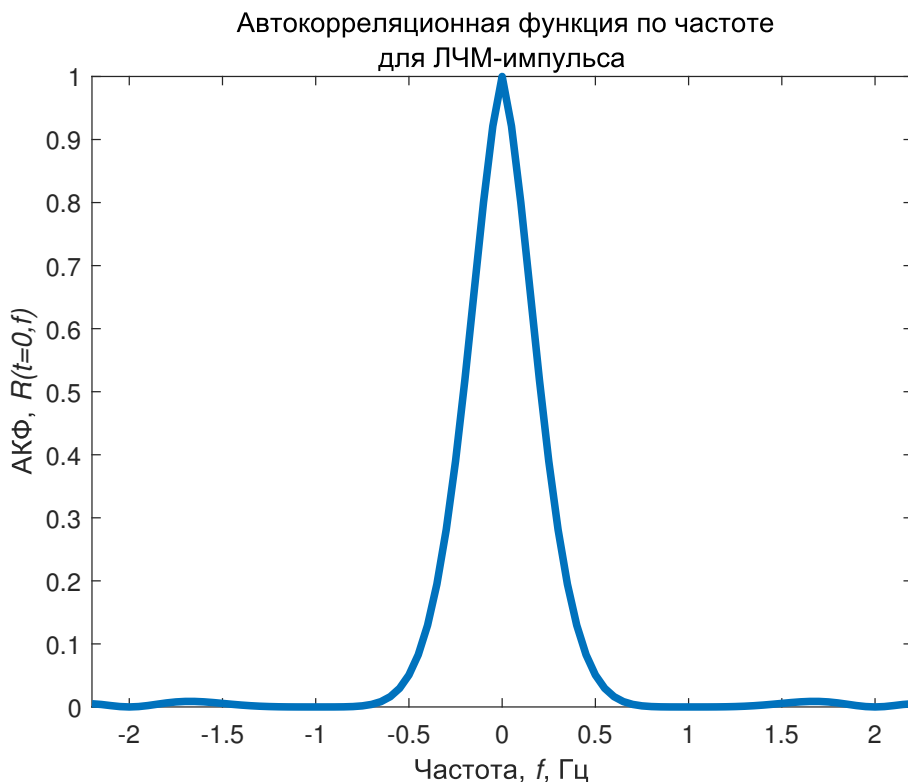


2.4 Моделирование автокорреляционной функции по частоте для импульса с линейной частотной модуляцией

```

1 % Формирование автокорреляционной функции по частоте для ЛЧМ-импульса
2 xf=x((fmax-fmin)/(2*fstep)+1,:); % Формирование значений
3 % Формирование графика
4 figure; plot(t,xf,'Linewidth',3);
5 axis([tmin tmax 0 1]); % Диапазон значений осей
6 set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', fontSize); % Изменение шрифта
7 xlabel('Частота,\it f\rm, Гц'); % Надпись оси абсцисс
8 ylabel('АКФ,\it R(t=0,f)\rm'); % Надпись оси ординат
9 title({'\rm Автокорреляционная функция по частоте';...
10      'для ЛЧМ-импульса'}); % Заголовок

```



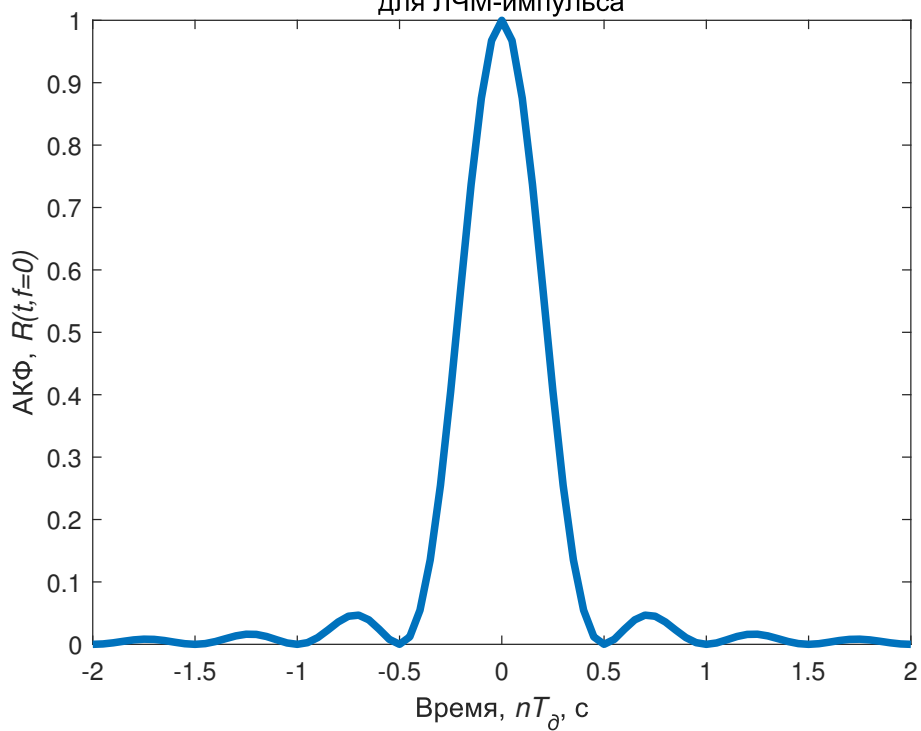
2.5 Моделирование автокорреляционной функции по времени для импульса с линейной частотной модуляцией

```

1 % Формирование автокорреляционной функции по времени для ЛЧМ-импульса
2 xt=x(:,(tmax-tmin)/(2*tstep)+1); % Формирование значений
3 % Формирование графика
4 figure; plot(f,xt,'Linewidth',3);
5 axis([fmin fmax 0 1]); % Диапазон значений осей
6 set(get(gcf, 'CurrentAxes'), 'FontSize', fontSize); % Изменение шрифта
7 xlabel('Время,\it nT_д\rm, c'); % Надпись оси абсцисс
8 ylabel('АКФ,\it R(t,f=0)'); % Надпись оси ординат
9 title({'\rm Автокорреляционная функция по времени';...
10      'для ЛЧМ-импульса'}); % Заголовок

```

Автокорреляционная функция по времени
для ЛЧМ-импульса



Варианты заданий для самостоятельной работы

№	Задание	№	Задание
1	Тип: ФКМБ; $T = 2 \text{ мкс}; N = 2.$	16	Тип: НЧМ; $T = 6 \text{ мкс}; N = 3; \Delta f = 0,3 \text{ МГц}.$
2	Тип: НЧМ; $T = 5 \text{ мкс}; N = 4; \Delta f = 0,5 \text{ МГц}.$	17	Тип: ЛЧМ; $T = 10 \text{ мкс}; \Delta f = 0,5 \text{ МГц}.$
3	Тип: ФКМФ; $T = 3 \text{ мкс}; N = 4.$	18	Тип: ФКМФ; $T = 4 \text{ мкс}; N = 4.$
4	Тип: НЧМ; $T = 3 \text{ мкс}; N = 3; \Delta f = 0,1 \text{ МГц}.$	19	Тип: ЛЧМ; $T = 7 \text{ мкс}; \Delta f = 0,4 \text{ МГц}.$
5	Тип: ЛЧМ; $T = 2 \text{ мкс}; \Delta f = 0,3 \text{ МГц}.$	20	Тип: ФКМФ; $T = 9 \text{ мкс}; N = 4.$
6	Тип: СЧМ; $T = 3 \text{ мкс}; N = 5; \Delta f = 0,3 \text{ МГц}.$	21	Тип: СЧМ; $T = 8 \text{ мкс}; N = 5; \Delta f = 0,2 \text{ МГц}.$
7	Тип: НЧМ; $T = 4 \text{ мкс}; N = 4; \Delta f = 0,3 \text{ МГц}.$	22	Тип: СЧМ; $T = 7 \text{ мкс}; N = 2; \Delta f = 0,2 \text{ МГц}.$
8	Тип: СЧМ; $T = 3 \text{ мкс}; N = 4; \Delta f = 0,5 \text{ МГц}.$	23	Тип: СЧМ; $T = 2 \text{ мкс}; N = 5; \Delta f = 0,5 \text{ МГц}.$
9	Тип: СЧМ; $T = 8 \text{ мкс}; N = 5; \Delta f = 0,1 \text{ МГц}.$	24	Тип: ЛЧМ; $T = 10 \text{ мкс}; \Delta f = 0,4 \text{ МГц}.$
10	Тип: ФКМФ; $T = 5 \text{ мкс}; N = 4.$	25	Тип: НЧМ; $T = 9 \text{ мкс}; N = 5; \Delta f = 0,3 \text{ МГц}.$
11	Тип: ЛЧМ; $T = 4 \text{ мкс}; \Delta f = 0,5 \text{ МГц}.$	26	Тип: ЛЧМ; $T = 5 \text{ мкс}; \Delta f = 0,1 \text{ МГц}.$
12	Тип: НЧМ; $T = 8 \text{ мкс}; N = 5; \Delta f = 0,4 \text{ МГц}.$	27	Тип: ФКМФ; $T = 2 \text{ мкс}; N = 4.$
13	Тип: ФКМФ; $T = 1 \text{ мкс}; N = 4.$	28	Тип: ФКМБ; $T = 9 \text{ мкс}; N = 3.$
14	Тип: СЧМ; $T = 4 \text{ мкс}; N = 3; \Delta f = 0,5 \text{ МГц}.$	29	Тип: ЛЧМ; $T = 4 \text{ мкс}; \Delta f = 0,5 \text{ МГц}.$
15	Тип: ФКМФ; $T = 4 \text{ мкс}; N = 4.$	30	Тип: ФКМФ; $T = 7 \text{ мкс}; N = 4.$

Контрольные вопросы

1. Чем отличаются простые сигналы от сложных? Что такое база сигнала?
2. В чем заключается принцип неопределенности радиолокации?
3. Какая функция позволяет выбрать сигнал, соответствующий требованиям разрешающей способности по времени и частоте, для зондирования пространства?
4. Как связаны между собой функции автокорреляции и неопределенности?
5. Что из себя представляет идеальная с точки зрения разрешающей способности зондирующего сигнала функция неопределенности?

Лабораторная работа №5

Фазоманипулированные сигналы

Цель работы

Приобретение практических навыков, освоение программных средств имитационного моделирования наиболее часто применяемых видов фазоманипулированных сигналов. Практическое изучение характеристик автокорреляционных функций псевдослучайных последовательностей и сформированных на их основе фазоманипулированных сигналов.

Основные теоретические сведения

Фазоманипулированный сигнал — это последовательность элементарных импульсов длительностью τ_0 , фазы сигнала в которых изменяются по определенному закону, принимая два или более фиксированных значений. При этом, если количество элементарных импульсов равно N , то общая длительность сигнала составляет $T = \tau_0 \cdot N$. Ширина спектра такого сигнала примерно равна [4].

$$\Delta f = \frac{1}{\tau_0} = \frac{N}{T}. \quad (11)$$

Фазоманипулированный сигнал является сложным, а его база с учетом выражения (11) определяется как $B = \Delta f \cdot T = N$.

Опишем сигнал несущей частоты выражением

$$S(t) = A \cos(2\pi ft + \theta),$$

где A — амплитуда, f — частота, θ — начальная фаза несущего колебания.

Тогда выражение для фазоманипулированного сигнала будет иметь вид

$$S_m(t) = A \cos(2\pi ft + \theta_k(t)), \quad k = \overline{1, N},$$

где k — порядковый номер импульса.

В пределах каждого импульса начальная фаза сигнала не изменяется, а в начале каждого нового импульса принимает одно из дискретных значений, определяемых выражением

$$\theta_j = \frac{\pi(2j-1)}{J}, \quad j = \overline{1, J}, \quad (12)$$

где j — порядковый номер значения из дискретного множества начальных фаз сигнала, J — общее количество элементов множества начальных фаз.

В зависимости от значения J из формулы (12) различают виды фазовой манипуляции: двоичная ($J = 2$), квадратурная ($J = 4$), восьмеричная ($J = 8$). В современных системах связи данные виды манипуляции обозначают также BPSK,

QPSK и 8-PSK соответственно. При этом количество бит B , кодируемых одним импульсом определяется выражением

$$B = \log_2 J. \quad (13)$$

Из выражения (13) следует, что с увеличением J ёмкость закодированной информации, а для систем цифровой связи и теоретическая скорость передачи данных, возрастает. Теоретически J может принимать значения и больше 8, тогда в общем виде модуляцию можно обозначить как M-PSK. На практике в системах цифровой связи с уменьшением соотношения сигнал-шум или с увеличением J на стороне приемника становится сложнее различать значения фаз.

Для обеспечения помехозащищённости при обработке сигнала средствами согласованной фильтрации значения θ_k фазоманипулируемого сигнала задают в соответствии с псевдослучайными последовательностями, так как их автокорреляционные функции обеспечивают лучшее соотношение уровней основного и боковых лепестков при малой ширине основного лепестка. На практике часто применяют последовательность Баркера и M-последовательности.

Последовательность Баркера — это числовая последовательность a_1, a_2, \dots, a_N , где каждый элемент равен $+1$ или -1 [5], причем

$$\left| \sum_{j=1}^{N-v} a_j a_{j+v} \right| \leq 1, \forall v : 1 \leq v < N.$$

В настоящее время известны девять последовательностей Баркера (табл. 2), а наиболее длинная из них имеет длину $N_{max} = 13$. Соотношение уровней основного и боковых лепестков автокорреляционной функции зависит от длины последовательности Баркера и равно $\frac{1}{N}$.

Таблица 2. Последовательности Баркера

Длина	Последовательности	
2	$+1 - 1$	$+1 + 1$
3	$+1 + 1 - 1$	
4	$+1 - 1 + 1 + 1$	$+1 - 1 - 1 - 1$
5	$+1 + 1 + 1 - 1 + 1$	
7	$+1 + 1 + 1 - 1 - 1 + 1 - 1$	
11	$+1 + 1 + 1 - 1 - 1 - 1 + 1 - 1 - 1 + 1 - 1$	
13	$+1 + 1 + 1 + 1 + 1 - 1 - 1 + 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1$	

M-последовательность — это псевдослучайная двоичная последовательность максимальной длины, порожденная регистром сдвига с линейной обратной связью и имеющая максимальный период [4].

Для формирования М-последовательностей различной длины используют порождающие полиномы. В табл. 3 приведены полиномы $h(x)$ до $n = 11$ включительно, которые могут быть использованы для генерации соответствующих М-последовательностей [6].

Таблица 3. Полиномы, используемые для генерации соответствующих М-последовательностей

n	$h(x)$	$M = 2^n - 1$
1	$x + 1$	1
2	$x^2 + x + 1$	3
3	$x^3 + x + 1$	7
4	$x^4 + x + 1$	15
5	$x^5 + x^2 + 1$	31
6	$x^6 + x + 1$	63
7	$x^7 + x + 1$	127
8	$x^8 + x^6 + x^5 + x + 1$	255
9	$x^9 + x^4 + 1$	511
10	$x^{10} + x^3 + 1$	1023
11	$x^{11} + x^2 + 1$	2047

М-последовательности обладают следующими основными свойствами [7]:

- М-последовательности являются периодическими с периодом $M = 2^n - 1$, где n — порядок порождающего полинома $h(x)$;
- количество символов, принимающих значение единица, на длине одного периода М-последовательности на единицу больше, чем количество символов, принимающих значение ноль;
- сумма по модулю 2 любой М-последовательности с её произвольным циклическим сдвигом также является М-последовательностью;
- периодическая автокорреляционная функция любой М-последовательности имеет соотношение уровней основного и боковых лепестков, равное $\frac{1}{M}$;
- автокорреляционная функция усечённой М-последовательности (непериодическая последовательность длиной, соответствующей периоду M) имеет соотношение уровней основного и боковых лепестков, близкое к $\frac{1}{\sqrt{M}}$.

Задачи и порядок выполнения работы

Для успешного выполнения работы необходимо:

1. Реализовать программным способом генератор указанной псевдослучайной последовательности.
2. Сформировать и построить график псевдослучайной последовательности.
3. Выполнить имитационное моделирование и привести график фазоманипулированного сигнала. Фазовую манипуляцию выполнять в соответствии с M -последовательностью, заданной полиномом $\psi(z)$ степени R_M и состоящей из N импульсов. Вид фазовой манипуляции: BPSK. Значения начальных фаз принять равными 0 и π . Длительность импульса принять равной τ_u , а несущую частоту — f .
4. Рассчитать и построить графики функции автокорреляции полученной последовательности и фазоманипулированного сигнала.
5. Оценить соотношение значений уровней основного и боковых лепестков.
6. Выполнить аналогичные расчеты для $N = 10R_M$. Сопоставить результаты.

После выполнения экспериментальной части необходимо ответить на предложенные контрольные вопросы для закрепления пройденного материала и установления взаимосвязи между полученными результатами практических работ и теоретическими знаниями.

Результаты работы рекомендуется оформить в виде отчета, в котором должна содержаться следующая информация: цель работы; решённые в процессе её достижения задачи; основные математические выражения, использованные при решении задач; текст программы или схема моделирования, результаты моделирования в виде графиков и заключение, позволяющее сделать вывод о сопоставимости результатов практической работы с теоретическими сведениями.

Пример выполнения работы в среде MathWorks MATLAB

1. Подготовительные операции

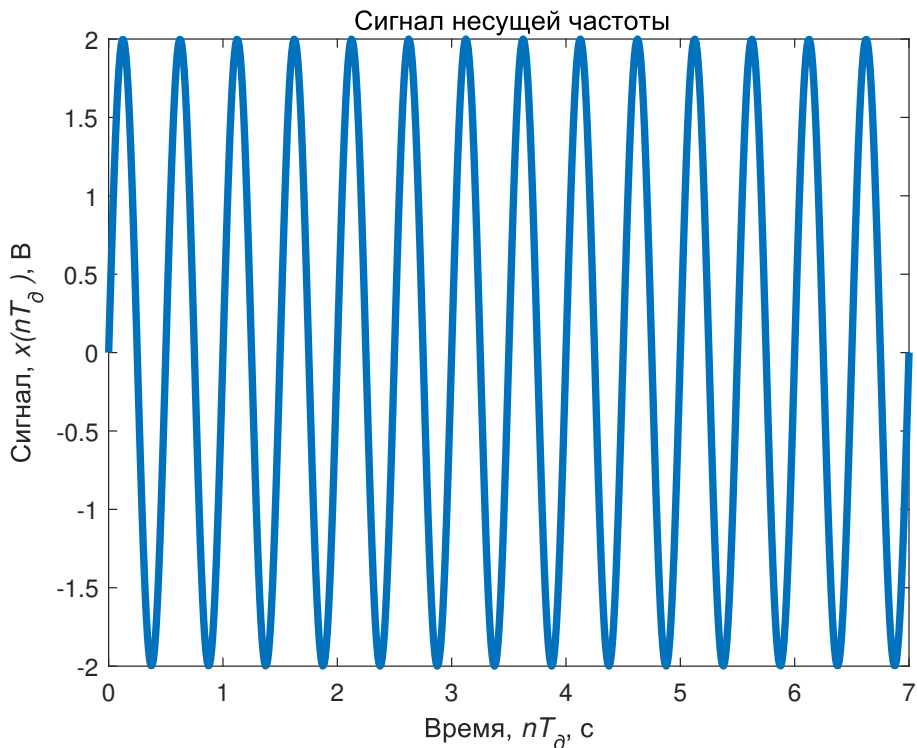
```
1      % Моделирование фазоманипулированных сигналов
2      clear all; % Очищаем память
3      close all; % Закрываем все окна с графиками
4      clc; % Очистка окна команд и сообщений
5      fontSize=10; % Размер шрифта графиков
6      fontType='i'; % Тип шрифта графиков
7      % Цвет графиков
8      tColor=[0,0.447,0.741]; % Временная область
9      tColorLight=[0.3 0.7 0.9]; % Временная область
10     Color0='r'; % Эталонные сигналы
11     fColor=[1 0.4 0]; % Частотная область
12     eColor=[0.85 0.325 0.098]; % Погрешности
13     eColorLight=[0.9 0.9 0.4]; % Погрешности
14     eColorDark=[0.635 0.078 0.184]; % Погрешности
```

1.2 Формирование значений основных параметров

```
1      BarkerLength=7; % Длина последовательности Баркера
2      PNpoly = [1 0 0 0 0 1 1]; % Задающий полином ( $z^6+z+1$ )
3      A=2; % Амплитуда сигнала
4      fd = 100; % Частота дискретизации, Гц
5      f=2; % Несущая частота, Гц
6      Qchip=7; % Количество чипов
7      Tchip = 1; % Длительность импульса, с
8      Nchip = Tchip*fd; % Количество отсчетов в одном чипе
9      tmin=0; % Начальное время моделирования, с
10     tmax=Qchip*Tchip; % Конечное время моделирования, с
11     td = linspace(tmin,tmax,Nchip*Qchip); % Формирование массива абсцисс точек графика
```

1.3 Сигнал несущей частоты

```
1      xc = A*sin(td*2*pi*f); % Формирование значений
2      % Формирование графика
3      figure; plot(td,xc,'Color',tColor,'LineWidth',3);
4      axis([tmin tmax -A A]); % Диапазон значений осей
5      set(gcf,'CurrentAxes'),'FontSize',fontSize); % Изменение шрифта
6      title({'\rm Сигнал несущей частоты'}); % Заголовок
7      xlabel ('Время,\it nT_д\rm, c'); % Надпись оси абсцисс
8      ylabel ('\rm Сигнал,\it x(nT_д )\rm, B'); % Надпись оси ординат
```



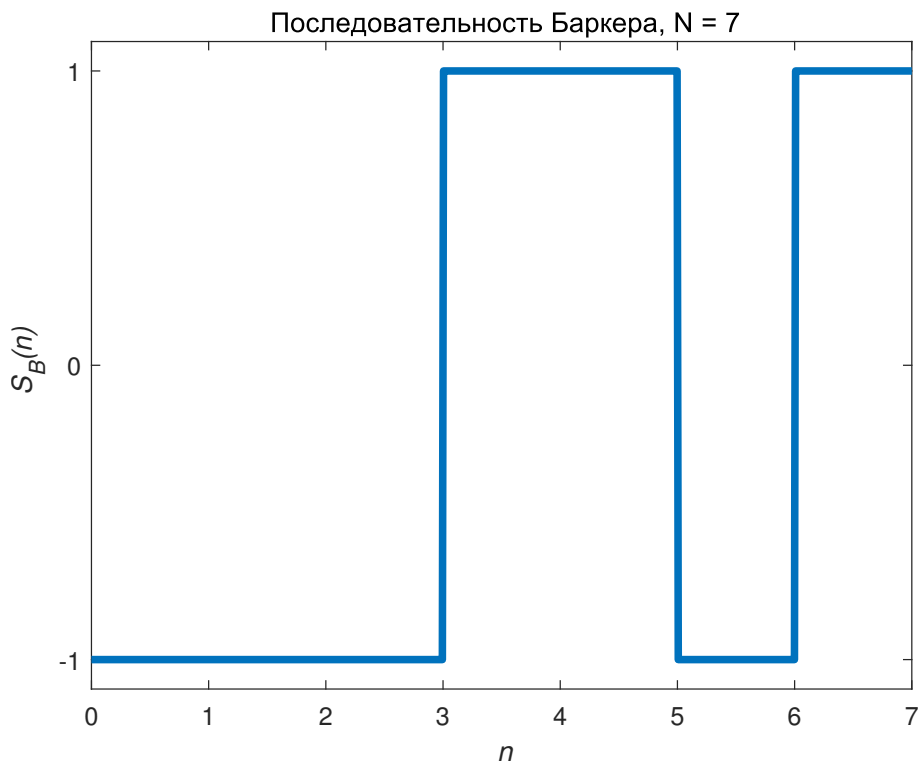
2. Фазоманипулированный последовательностью Баркера сигнал

2.1 Последовательность Баркера

```

1      % Формирование последовательности Баркера заданной длины
2      barker = comm.BarkerCode(); % Создание генератора
3      barker.Length = BarkerLength; % Длина последовательности
4      % Формирование значений
5      seqBarker=[];
6      for ii=1:Qchip
7          seq(1:Nchip)=barker();
8          seqBarker=cat(2,seqBarker,seq);
9      end
10     % Формирование графика
11     figure; plot(td,seqBarker,'Color',tColor,'LineWidth',3);
12     axis([tmin tmax -1.1 1.1]); % Диапазон значений осей
13     yticks([-1,0,1]);
14     set(gcf,'CurrentAxes'),'FontSize',fontSize); % Изменение шрифта
15     title({'\rm Последовательность Баркера, N = ',num2str(BarkerLength)});
16     % Заголовок
17     xlabel ('\it n\rm'); % Надпись оси абсцисс
18     ylabel ('\it S_B(n)\rm'); % Надпись оси ординат

```

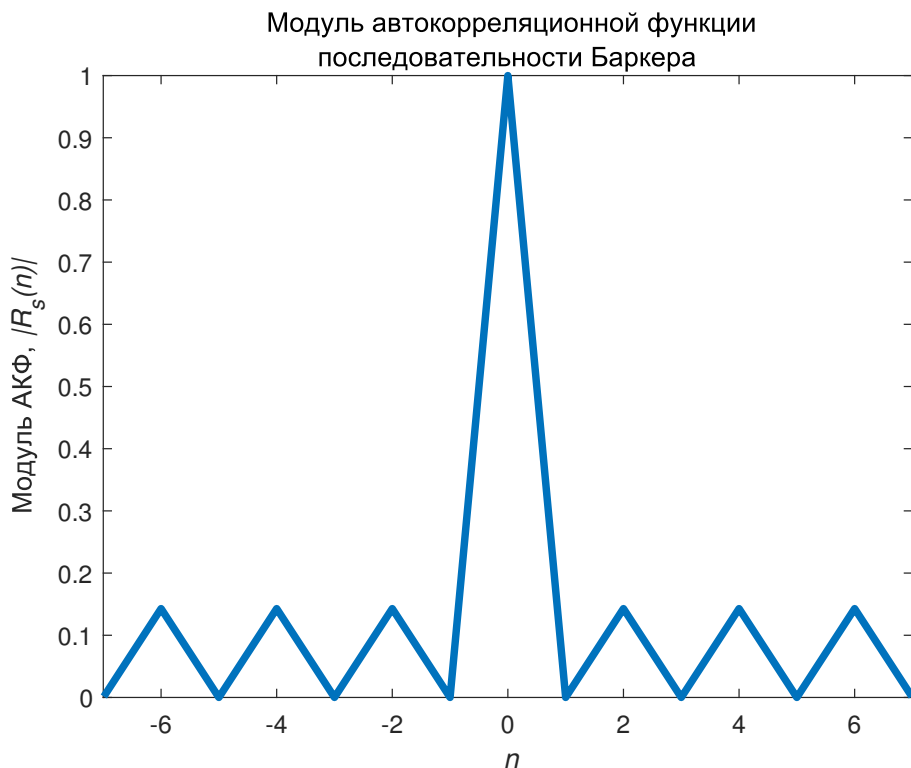



2.2 Модуль автокорреляционной функции последовательности Баркера

```

1      % Моделирование модуля автокорреляционной функции последовательности Бар
кера сигнала
2      [asd,lb]=xcorr(seqBarker,seqBarker,'coef'); % Формирование значений
3      asd=abs(asd); % Модуль Модуль АКФ
4      lb=lb/Nchip;
5      % Формирование графика
6      figure; plot(lb,asd,'Color',tColor,'LineWidth',3);
7      axis([-tmax tmax 0 1]); % Диапазон значений осей
8      set(get(gcf,'CurrentAxes'),'FontSize',fontSize); % Изменение шрифта
9      title({'\rm Модуль автокорреляционной функции',...
10           'последовательности Баркера'}); % Заголовок
11      xlabel ('\it n\rm'); % Надпись оси абсцисс
12      ylabel ('Модуль АКФ,\it |R_s(n)|\rm'); % Надпись оси ординат

```

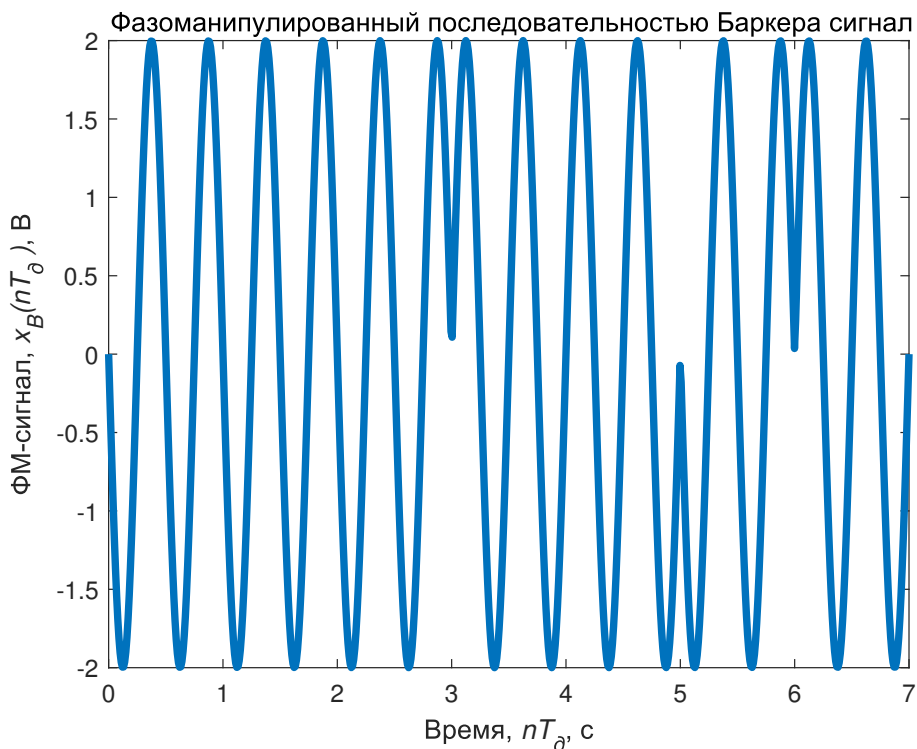


2.3 Фазоманипулированный последовательностью Баркера сигнал

```

1      % Фазоманипулированный последовательностью Баркера сигнал
2      xd=xc.*seqBarker; % Формирование значений
3      % Формирование графика
4      figure; plot(td,xd,'Color',tColor,'LineWidth',3);
5      axis([tmin tmax -A A]); % Диапазон значений осей
6      set(get(gcf,'CurrentAxes'),'FontSize',fontSize); % Изменение шрифта
7      title({'\rm Фазоманипулированный последовательностью Баркера сигнал'});
% Заголовок
8      xlabel('Время,\it nT_д\rm, c'); % Надпись оси абсцисс
9      ylabel('ФМ-сигнал,\it x_B(nT_д)\rm, B'); % Надпись оси ординат

```

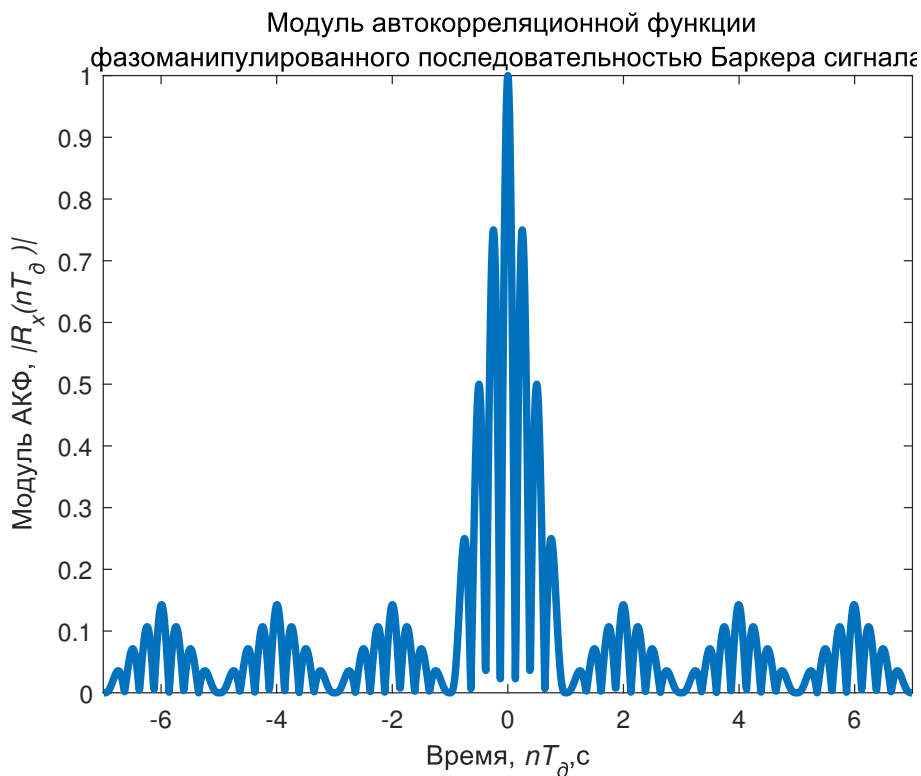


2.4 Модуль автокорреляционной функции фазоманипулированного последовательностью Баркера сигнала

```

1      % Моделирование модуля автокорреляционной функции фазоманипулированного
последовательностью Баркера сигнала
2      [axd,ld]=xcorr(xd,xd,'coef'); % Формирование значений
3      axd=abs(axd); % Модуль Модуль АКФ
4      ld=ld/Nchip;
5      % Формирование графика
6      figure; plot(ld,axd,'Color',tColor,'LineWidth',3);
7      axis([-tmax tmax 0 1]); % Диапазон значений осей
8      set(get(gcf,'CurrentAxes'),'FontSize',fontSize); % Изменение шрифта
9      title({'\rm Модуль автокорреляционной функции',...
10           'фазоманипулированного последовательностью Баркера сигнала'}); %
Заголовок
11      xlabel('Время,\it nT_d\rm,с'); % Надпись оси абсцисс
12      ylabel('Модуль АКФ,\it |R_x(nT_d)|\rm'); % Надпись оси ординат

```



3 Моделирование фазоманипулированного М-последовательностью сигнала

3.1 М-последовательность

```

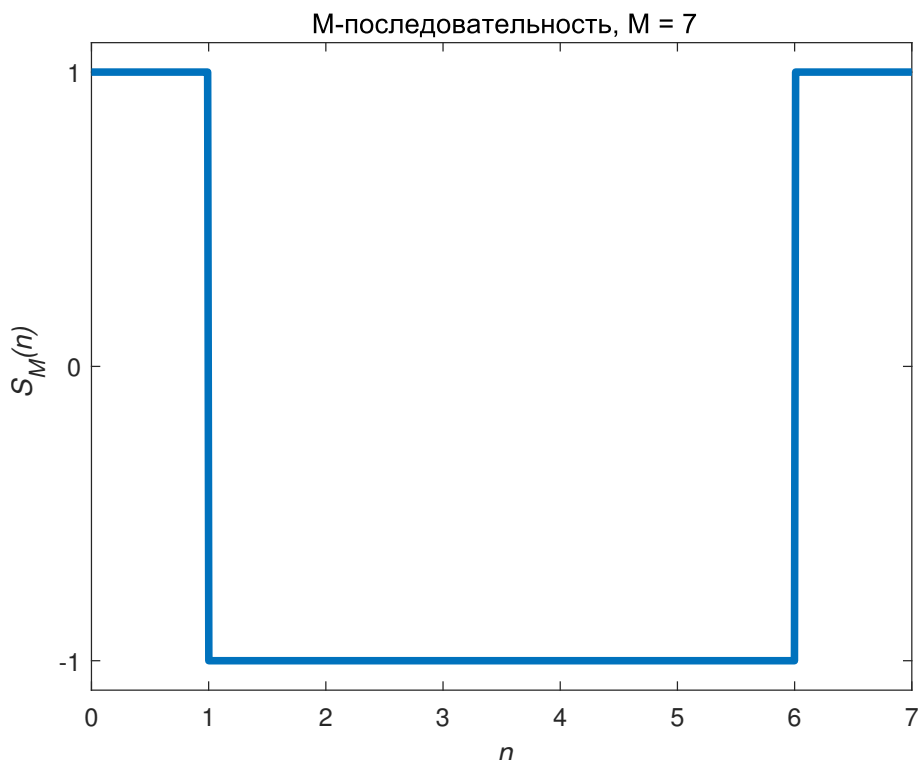
1      % Формирование последовательности М-последовательности заданной длины
2      pn=commsrc.pn('GenPoly',PNpoly); % Создание генератора
3      nM=length(PNpoly); % Длина последовательности
4      % Формирование значений
5      seqPN=[];
6      for ii=1:Qchip
7          seqElem=generate(pn);
8          if seqElem==0
9              seqElem=-1;
10         end
11         seq(1:Nchip)=seqElem;
12         seqPN=cat(2,seqPN,seq);
13     end
14     % Формируем график
15     figure; plot(td,seqPN,'Color',tColor,'LineWidth',3);
16     axis([tmin tmax -1.1 1.1]); % Диапазон значений осей
17     yticks([-1,0,1]);

```

```

18     set(get(gcf,'CurrentAxes'),'FontSize',fontSize); % Изменение шрифта
19     title({'\rm M-последовательность, M = ',num2str(nM)}); % Заголовок
20     xlabel ('\it n\rm'); % Надпись оси абсцисс
21     ylabel ('\it S_M(n)\rm'); % Надпись оси ординат

```

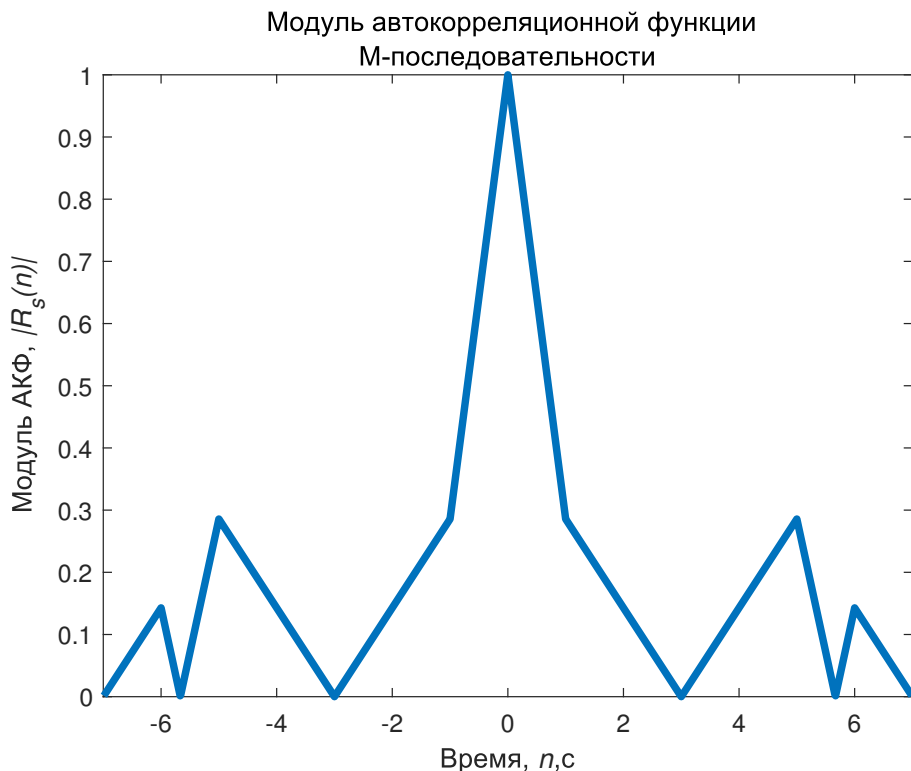


3.2 Модуль автокорреляционной функции M-последовательности

```

1     % Моделирование модуля автокорреляционной функции фазоманипулированного
M-последовательностью сигнала
2     [asd,lb]=xcorr(seqPN,seqPN,'coef'); % Формирование значений
3     asd=abs(asd); % Модуль АКФ
4     lb=lb/Nchip;
5     % Формирование графика
6     figure; plot(lb,asd,'Color',tColor,'LineWidth',3);
7     axis([-tmax tmax 0 1]); % Диапазон значений осей
8     set(get(gcf,'CurrentAxes'),'FontSize',fontSize); % Изменение шрифта
9     title({'\rm Модуль автокорреляционной функции'; 'M-последовательности'});
% Заголовок
10     xlabel ('Время,\it n\rm,c'); % Надпись оси абсцисс
11     ylabel ('Модуль АКФ,\it |R_s(n)|\rm'); % Надпись оси ординат

```

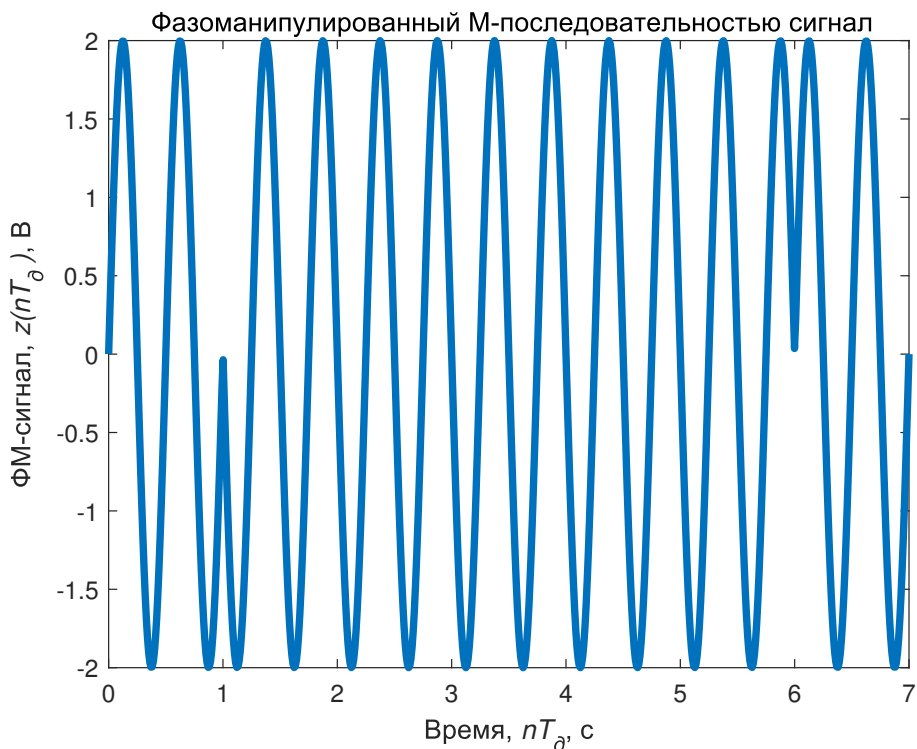


3.3 Фазоманипулированный М-последовательностью сигнал

```

1      % Фазоманипулированный М-последовательностью сигнал
2      xd=xc.*seqPN; % Формирование значений
3      % Формирование графика
4      figure; plot(td,xd,'Color',tColor,'LineWidth',3);
5      axis([tmin tmax -A A]); % Диапазон значений осей
6      set(get(gcf,'CurrentAxes'),'FontSize',fontSize); % Изменение шрифта
7      title({'\rm Фазоманипулированный М-последовательностью сигнал'}); % Заголовок
8      xlabel('Время,\it nT_д\rm, с'); % Надпись оси абсцисс
9      ylabel('ФМ-сигнал,\it z(nT_д)\rm, В'); % Надпись оси ординат

```

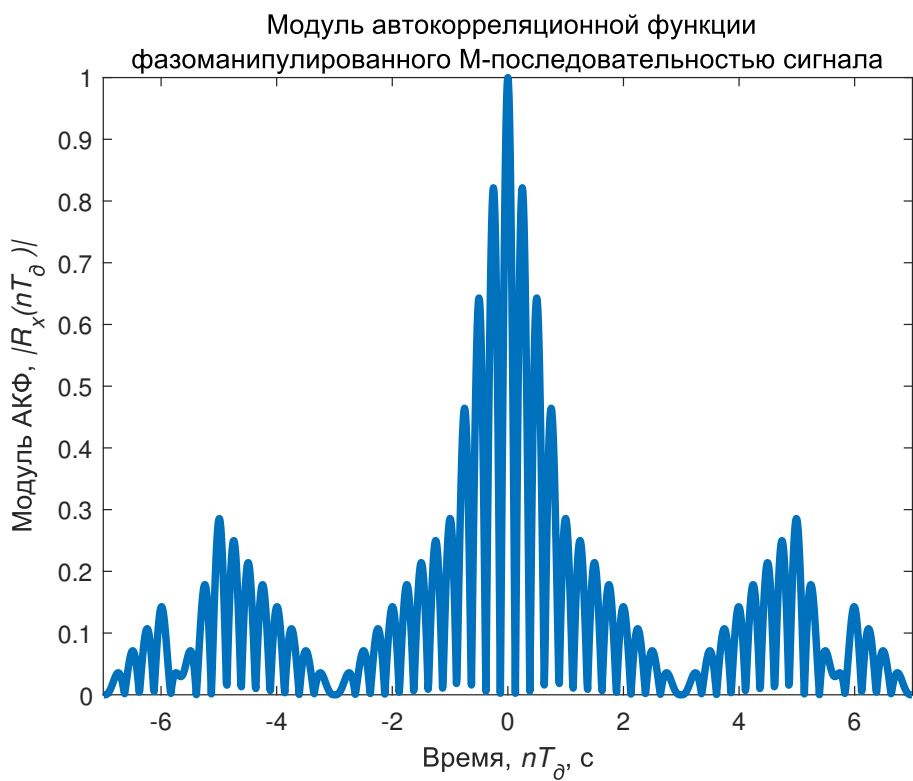


3.4 Модуль автокорреляционной функции фазоманипулированного М-последовательностью сигнала

```

1      % Моделирование модуля автокорреляционной функции фазоманипулированного
М-последовательностью сигнала
2      [axd,ld]=xcorr(xd,xd,'coef'); % Формирование значений
3      axd=abs(axd); % Модуль Модуль АКФ
4      ld=ld/Nchip;
5      % Формирование графика
6      figure; plot(ld,abs(axd),'Color',tColor,'LineWidth',3);
7      axis([-tmax tmax 0 1]); % Диапазон значений осей
8      set(get(gcf,'CurrentAxes'),'FontSize',fontSize); % Изменение шрифта
9      title({'\rm Модуль автокорреляционной функции',...
10           'фазоманипулированного М-последовательностью сигнала'}}); % Загол
овок
11      xlabel('Время,\it nT_д\rm, с'); % Надпись оси абсцисс
12      ylabel('Модуль АКФ,\it |R_x(nT_д)|\rm'); % Надпись оси ординат

```



Варианты заданий для самостоятельной работы

№	Задание	№	Задание
1	$\psi(z) = z^{22} + z^{21} + 1;$ $T_{\text{н}} = 0,8 \text{ с}; f = 7,5 \text{ Гц.}$	16	$\psi(z) = z^{48} + z^{28} + z^{27} + z + 1;$ $T_{\text{н}} = 0,3 \text{ с}; f = 20 \text{ Гц.}$
2	$\psi(z) = z^{51} + z^6 + z^3 + z + 1;$ $T_{\text{н}} = 0,3 \text{ с}; f = 26,7 \text{ Гц.}$	17	$\psi(z) = z^{49} + z^9 + 1;$ $T_{\text{н}} = 0,6 \text{ с}; f = 6,7 \text{ Гц.}$
3	$\psi(z) = z^{18} + z^{11} + 1;$ $T_{\text{н}} = 0,3 \text{ с}; f = 16,7 \text{ Гц.}$	18	$\psi(z) = z^{43} + z^6 + z^4 + z^3 + 1;$ $T_{\text{н}} = 0,7 \text{ с}; f = 7,1 \text{ Гц.}$
4	$\psi(z) = z^5 + z^3 + 1;$ $T_{\text{н}} = 1 \text{ с}; f = 6 \text{ Гц.}$	19	$\psi(z) = z^{25} + z^{22} + 1;$ $T_{\text{н}} = 0,7 \text{ с}; f = 12,9 \text{ Гц.}$
5	$\psi(z) = z^{48} + z^{28} + z^{27} + z + 1;$ $T_{\text{н}} = 0,8 \text{ с}; f = 10 \text{ Гц.}$	20	$\psi(z) = z^{19} + z^{18} + z^{17} + z^{14} + 1;$ $T_{\text{н}} = 1 \text{ с}; f = 5 \text{ Гц.}$
6	$\psi(z) = z^{44} + z^6 + z^5 + z^2 + 1;$ $T_{\text{н}} = 0,8 \text{ с}; f = 10 \text{ Гц.}$	21	$\psi(z) = z^{53} + z^6 + z^2 + z + 1;$ $T_{\text{н}} = 0,8 \text{ с}; f = 10 \text{ Гц.}$
7	$\psi(z) = z^{35} + z^2 + 1;$ $T_{\text{н}} = 0,9 \text{ с}; f = 8,9 \text{ Гц.}$	22	$\psi(z) = z^{53} + z^6 + z^2 + z + 1;$ $T_{\text{н}} = 0,3 \text{ с}; f = 26,7 \text{ Гц.}$
8	$\psi(z) = z^{13} + z^{12} + z^{10} + z^9 + 1;$ $T_{\text{н}} = 0,3 \text{ с}; f = 23,3 \text{ Гц.}$	23	$\psi(z) = z^{30} + z^{29} + z^{28} + z^7 + 1;$ $T_{\text{н}} = 0,8 \text{ с}; f = 5 \text{ Гц.}$
9	$\psi(z) = z^{48} + z^{28} + z^{27} + z + 1;$ $T_{\text{н}} = 0,1 \text{ с}; f = 80 \text{ Гц.}$	24	$\psi(z) = z^{41} + z^3 + 1;$ $T_{\text{н}} = 1 \text{ с}; f = 6 \text{ Гц.}$
10	$\psi(z) = z^{40} + z^5 + z^4 + z^3 + 1;$ $T_{\text{н}} = 0,6 \text{ с}; f = 11,7 \text{ Гц.}$	25	$\psi(z) = z^{36} + z^{11} + 1;$ $T_{\text{н}} = 0,7 \text{ с}; f = 11,4 \text{ Гц.}$
11	$\psi(z) = z^{50} + z^4 + z^3 + z^2 + 1;$ $T_{\text{н}} = 0,1 \text{ с}; f = 40 \text{ Гц.}$	26	$\psi(z) = z^{41} + z^3 + 1;$ $T_{\text{н}} = 0,1 \text{ с}; f = 80 \text{ Гц.}$
12	$\psi(z) = z^{30} + z^{29} + z^{28} + z^7 + 1;$ $T_{\text{н}} = 0,3 \text{ с}; f = 23,3 \text{ Гц.}$	27	$\psi(z) = z^{19} + z^{18} + z^{17} + z^{14} + 1;$ $T_{\text{н}} = 0,1 \text{ с}; f = 50 \text{ Гц.}$
13	$\psi(z) = z^{17} + z^{14} + 1;$ $T_{\text{н}} = 0,8 \text{ с}; f = 7,5 \text{ Гц.}$	28	$\psi(z) = z^7 + z^6 + 1;$ $T_{\text{н}} = 0,6 \text{ с}; f = 8,3 \text{ Гц.}$
14	$\psi(z) = z^9 + z^5 + 1;$ $T_{\text{н}} = 0,8 \text{ с}; f = 7,5 \text{ Гц.}$	29	$\psi(z) = z^{23} + z^{18} + 1;$ $T_{\text{н}} = 0,1 \text{ с}; f = 100 \text{ Гц.}$
15	$\psi(z) = z^{52} + z^3 + 1;$ $T_{\text{н}} = 0,9 \text{ с}; f = 8,9 \text{ Гц.}$	30	$\psi(z) = z^{27} + z^{26} + z^{25} + z^{22} + 1;$ $T_{\text{н}} = 0,2 \text{ с}; f = 20 \text{ Гц.}$

Контрольные вопросы

1. Какая из двух видов фазовой манипуляции позволяет закодировать больше информации в одном информационном импульсе: QPSK или 8-PSK?
2. По какой причине ограничивают количество фазовых состояний при фазовой манипуляции?
3. От чего зависит разрешающая способность по времени (дальности) при обработке принятого сигнала методом согласованной фильтрации?
4. Какого максимального соотношения основного и боковых лепестков автокорреляционной функции можно достичь при использовании последовательности Баркера?
5. Как меняется соотношение основного и боковых лепестков автокорреляционной функции при использовании M-последовательности с увеличением ее длины M?

Лабораторная работа №6

Звуковые сигналы

Цель работы

Приобретение практических навыков, освоение программных средств имитационного моделирования и воспроизведения звуковых сигналов. Практическое изучение частотно-временных характеристик звуковых сигналов.

Основные теоретические сведения

В своей повседневной жизни человек регулярно имеет дело с процессами формирования и обработки звуковых сигналов. Наша речь — это древнейшая способность человека, позволяющая общаться друг с другом. Она представляет собой последовательность акустических сигналов. Без этих сигналов сложно представить жизнь современного человеческого общества со всеми его достижениями. Для людей с ограниченным зрением звуковые сигналы в бытовой жизни имеют еще большее значение. Так, например, в современных городах сигналы светофора дополняют звуковыми сигналами. Кроме необходимой для жизни информации, звуки могут доставлять человеку эмоциональные переживания — музыкальное творчество с незапамятных времён являлось средством выражения чувств.

В настоящее время человек, используя современные технологии, преуспел в передаче речи на большие расстояния, записи музыки в отличном качестве. Мобильные телефоны, диктофоны, микрофоны, планшеты, компьютеры, аудиоплееры, видеоплееры, видеокамеры, микшерные пульта, динамики и наушники — все эти устройства формируют, хранят, обрабатывают или воспроизводят звук для того, чтобы наша жизнь была комфортной.

Для описания звуковых сигналов музыканты используют нотную грамоту, тем не менее каждый звуковой сигнал может быть описан и математически [8].

Любой звуковой сигнал постоянной тональности представляет собой гармонический сигнал определенной длительности

$$S(t) = A \sin(2\pi ft + \varphi), t \in [0; \tau],$$

где A — амплитуда сигнала, соответствует уровню громкости звука;

f — частота колебания, соответствует тональности звука;

φ — фаза сигнала (не различается человеческим слухом);

τ — длительность тонального сигнала.

С увеличением амплитуды звук становится громче, с увеличением частоты — выше. Среднестатистическому человеческому уху доступны частоты в диапазоне от 20 Гц до 20 кГц. При этом принято считать, что человеческая речь создает колебания в диапазоне от 300 Гц до 4 кГц. В современной музыке стандартом музыкального строя стала равномерная темперация.

Равномерная темперация — темперированный музыкальный строй, в котором каждая октава делится на математически равные интервалы, в наиболее типичном случае на двенадцать полутонов диапазоном $\frac{1}{\sqrt[12]{2}}$ Гц.

Можно математически вычислить частоты для всего звукоряда, пользуясь формулой

$$f(i) = f_0 \cdot 2^{\frac{i}{12}},$$

где f_0 — частота камертона (например, нота Ля — 440 Гц);

i — количество полутонов в интервале от исследуемого звука к эталону f_0 .

Современный уровень технологий позволяет хранить и обрабатывать аудио сигналы в цифровом виде.

Цифровая звукозапись — технология преобразования аналогового звука в цифровой с целью сохранения его на физическом носителе для возможности последующей обработки или воспроизведения. Функциональная схема цифрового звукозаписывающего устройства приведена на рисунке 24.

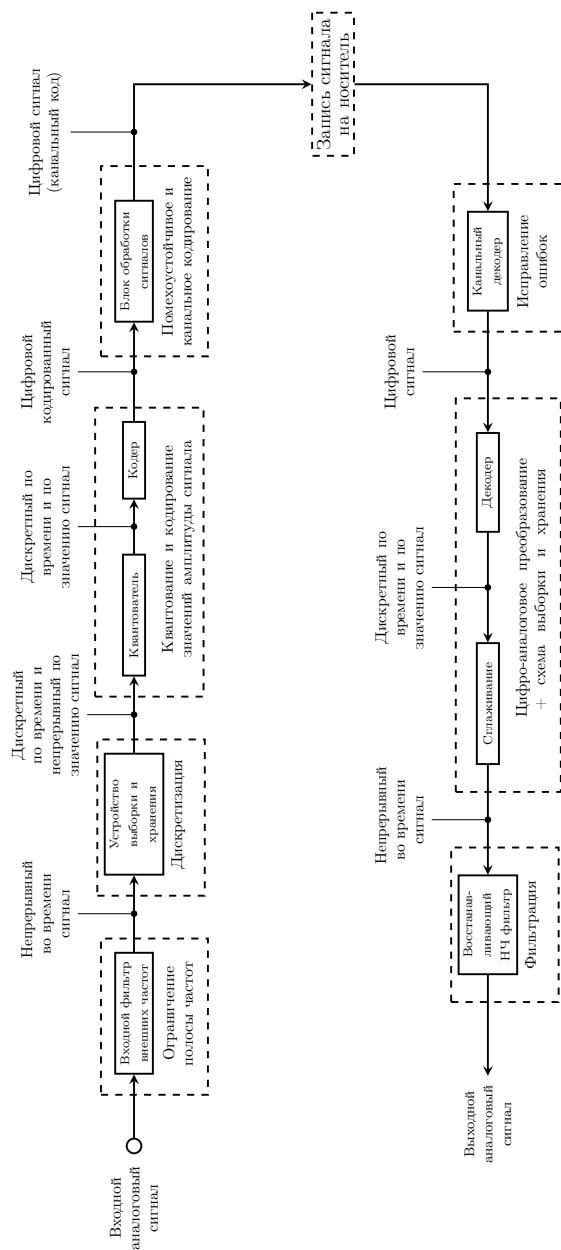


Рис. 24. Функциональная схема цифрового звукозаписывающего устройства

Основными параметрами цифрового звукозаписывающего устройства с точки зрения обеспечения качества аудио сигнала являются разрядность, частота дискретизации, количество каналов и коэффициент сжатия. Перечень наиболее распространённых современных форматов цифровой звукозаписи приведен в таблице 4.

Таблица 4. Перечень современных форматов цифровой звукозаписи

Название формата	Разрядность, бит	Частота дискретизации, кГц	Число каналов	Коэффициент сжатия
CD	16	44,1	2	1
Dolby Digital (AC3)	16–24	48	6	12
DTS	20–24	48; 96	до 8	3
DVD-Audio	16; 20; 2	44,1; 48; 88,2; 96	6	2
DVD-Audio	16; 20; 24	176,4; 192	2	2
MP3	переменная	до 48	2	11
AAC	переменная	до 96	до 48	с потерями
AAC+ (SBR)	переменная	до 48	2	с потерями
Ogg Vorbis	до 32	до 192	до 255	с потерями
WMA	до 24	до 96	до 8	2

Задачи и порядок выполнения работы

Для успешного выполнения работы необходимо:

1. Выполнить имитационное моделирование сигнала, соответствующего звуковому ряду в виде последовательности из N заданных нот длительности T .
2. Построить график полученного сигнала во временной области.
3. Сформировать и построить спектр мощности и спектрограмму сигнала.
4. Воспроизвести с использованием звуковой карты и динамиков компьютера полученную звуковую последовательность.
5. Сохранить звуковой ряд в файл на жестком диске в произвольном аудио формате.
6. Прослушать полученный файл средствами операционной системы или установленного программного обеспечения.

7. Сформировать и наложить шум, распределенный по нормальному закону на звуковую последовательность нот, таким образом, чтобы соотношение сигнал-шум результирующего сигнала составляло L_{SNR} .
8. Воспроизвести с использованием звуковой карты и динамиков компьютера полученную звуковую последовательность с наложенным шумом.
9. Составить, проиграть и записать в файл произвольную мелодию длительностью не менее 50 нот.

После выполнения экспериментальной части необходимо ответить на предложенные контрольные вопросы для закрепления пройденного материала и установления взаимосвязи между полученными результатами практических работ и теоретическими знаниями.

Результаты работы рекомендуется оформить в виде отчета, в котором должна содержаться следующая информация: цель работы; решённые в процессе её достижения задачи; основные математические выражения, использованные при решении задач; текст программы или схема моделирования, результаты моделирования в виде графиков и заключение, позволяющее сделать вывод о сопоставимости результатов практической работы с теоретическими сведениями.

Пример выполнения работы в среде MathWorks MATLAB

1. Подготовительные операции

1.1. Инициализация

```
1 % Моделирование звуковых сигналов
2 clear all; % Очистка памяти
3 close all; % Закрытие всех окон с графиками
4 clc; % Очистка окна команд и сообщений
5 fontSize=10; % Размер шрифта графиков
6 fontType=''; % Тип шрифта графиков
7 % Цвет графиков
8 tColor=[0,0.447,0.741]; % Временная область
9 tColorLight=[0.3 0.7 0.9]; % Временная область
10 Color0=[1 0 0]; % Эталонные сигналы
11 fColor=[1 0.4 0]; % Частотная область
12 eColor=[0.85 0.325 0.098]; % Погрешности
13 eColorLight=[0.9 0.9 0.4]; % Погрешности
14 eColorDark=[0.635 0.078 0.184]; % Погрешности
```

1.2 Формирование значений основных параметров

```
1 fd=1025; % Частота дискретизации
2 Td=1/fd; % Период дискретизации
3 snrSound=3; % Уровень шума, дБ
4 % Длительности нот
5 %t05=0:Td:.5-Td; % 0.5 с
6 %t07=0:Td:.7-Td; % 0.7 с
7 %t09=0:Td:.9-Td; % 0.9 с
8 t10=0:Td:2-Td; % 1.0 с
9 %t15=0:Td:1.5-Td; % 1.5 с
10 %t30=0:Td:3-Td; % 3.0 с
11 % Определение обозначений для нот
12 Z_t10(1:length(t10))=0; % пауза 1 с
13 % Частоты нот первой октавы
14 A4=440.000; % частота ноты ЛЯ,Гц
15 C4=A4*2^(-9/12); % частота ноты ДО,Гц
16 D4=A4*2^(-7/12); % частота ноты РЕ,Гц
17 D4d=A4*2^(-6/12); % частота ноты РЕ#,Гц
18 E4=A4*2^(-5/12); % частота ноты МИ,Гц
19 F4=A4*2^(-4/12); % частота ноты ФА,Гц
20 G4=A4*2^(-2/12); % частота ноты СОЛЬ,Гц
21 A4=A4*2^(0/12); % частота ноты ЛЯ,Гц
22 B4=A4*2^(2/12); % частота ноты СИ,Гц
```

2. Моделирование звукового ряда нот первой октавы

2.1 Формирование звукового ряда

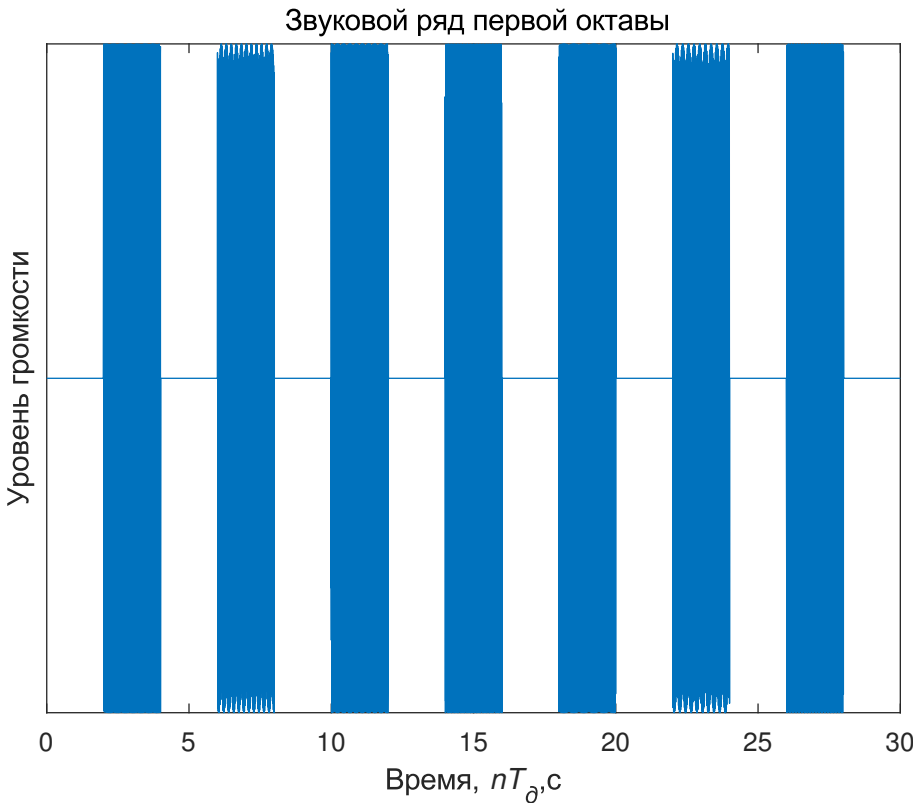
```
1 % Формирование нотной последовательности
```



```

2 gamma_notes=[Z_t10,getNote(C4,t10),Z_t10,getNote(D4,t10),Z_t10,...
3   getNote(E4,t10),Z_t10,getNote(F4,t10),Z_t10,getNote(G4,t10),...
4   Z_t10,getNote(A4,t10),Z_t10,getNote(B4,t10),Z_t10];
5 T_gamma=length(gamma_notes); % Длительность музыкального ряда
6 % Формирование сигнала нотной последовательности во временной области
7 xtime=linspace(0,T_gamma/fd,T_gamma); % Область определения
8 % Формирование графика
9 figure; plot(xtime,gamma_notes,'Color',tColor);
10 saveas(gcf,'figure_0','eps')
11 set(get(gcf,'CurrentAxes'),'FontSize',fontSize); % Изменение шрифта
12 title({'\gamma Звуковой ряд первой октавы'}); % Заголовок
13 xlabel('Время, \it nT_d\gamma, c'); % Надпись оси абсцисс
14 ylabel('Уровень громкости'); % Надпись оси ординат
15 yticks([]); % Нет значений на оси ординат

```



2.2 Формирование спектра мощности

```

1 % Формирование спектра мощности

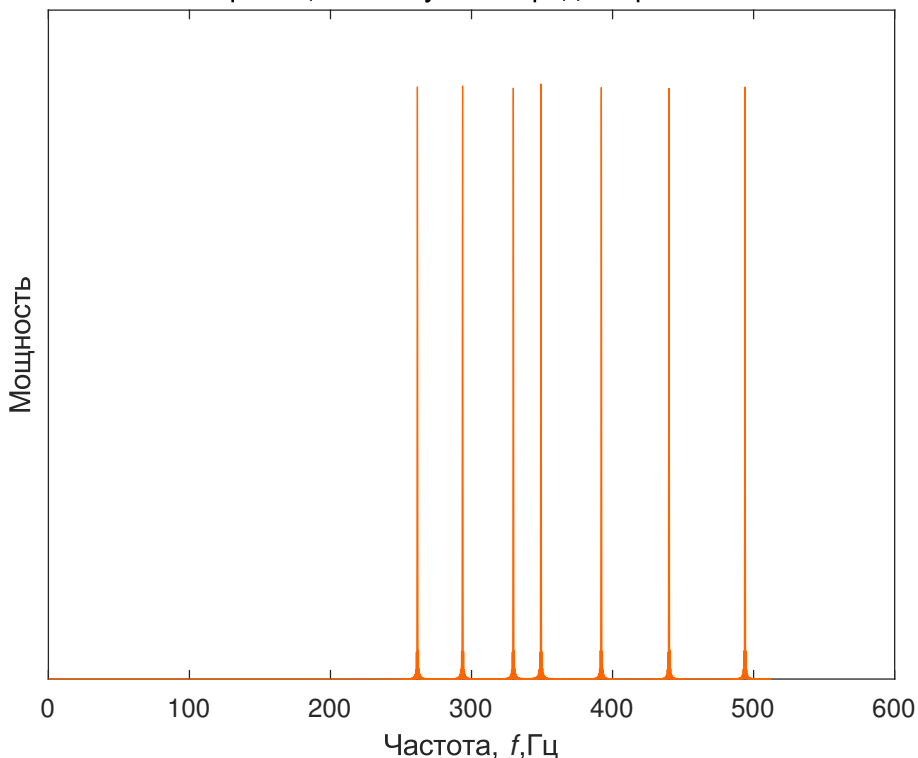
```

```

2 [fpNotes,freq]=periodogram(gamma_notes,rectwin(length(gamma_notes)),...
3     length(gamma_notes),fd,'power'); % Формирование значений
4 % Формирование графика
5 figure; plot(freq,fpNotes,'Color',fColor);
6 saveas(gcf,'figure_1','eps')
7 set(get(gcf,'CurrentAxes'),'FontSize',fontSize); % Изменение шрифта
8 title({'\rm Спектр мощности звукового ряда первой октавы'}); % Заголовок
9 xlabel('Частота,\it f\rm,Гц'); % Надпись оси абсцисс
10 ylabel('Мощность'); % Надпись оси ординат
11 uticks([]); % Нет значений на оси ординат

```

Спектр мощности звукового ряда первой октавы



```

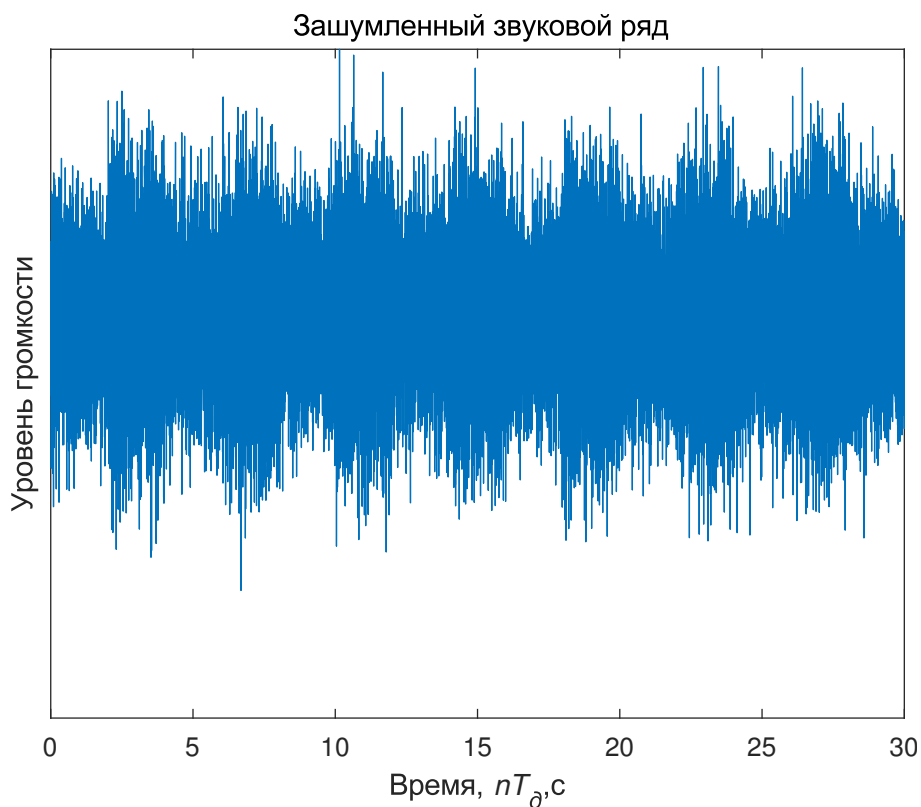
1 % Проигрывание гаммы
2 sound(gamma_notes,fd);
3 % % Запись мелодии в WAV-файл
4 audiowrite('gamma.wav',gamma_notes,fd);
5 disp('Нажмите любую клавишу для продолжения...');

```

Нажмите любую клавишу для продолжения...

```
1 pause; % Пауза перед следующей мелодией
```

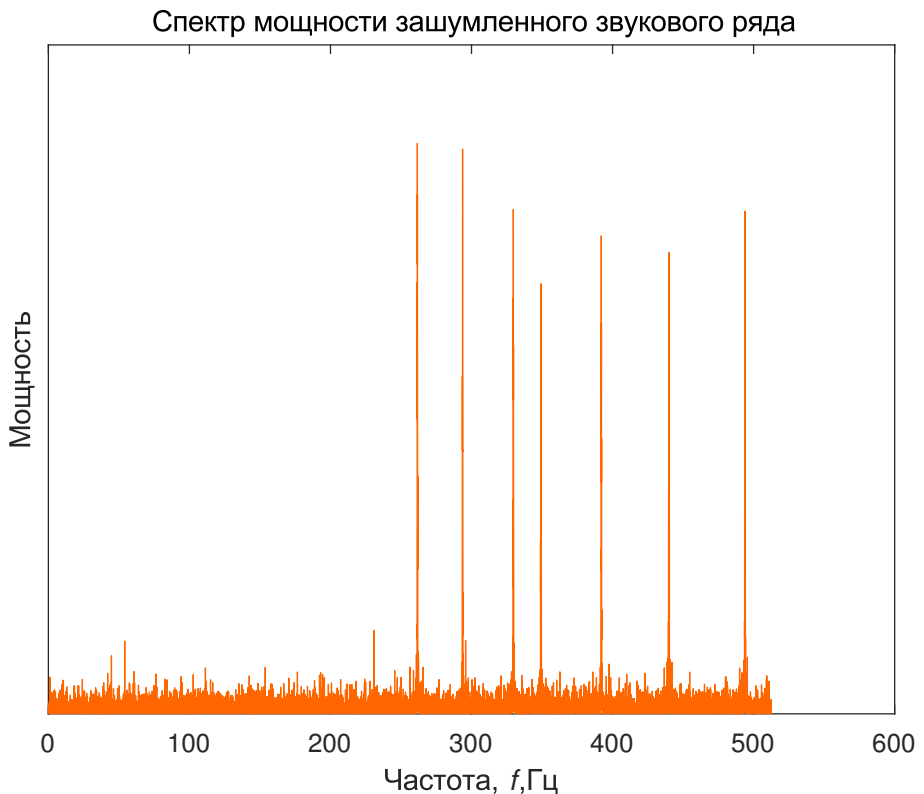
```
1 close all;
2
3 % Формирование шума нотной последовательности
4 ngamma_notes=awgn(gamma_notes,snrSound);
5 ngamma_notes=ngamma_notes/max(ngamma_notes);
6 % Формирование графика
7 figure; plot(xtime,ngamma_notes,'Color',tColor);
8 saveas(gcf,'figure_2','eps')
9 set(get(gcf,'CurrentAxes'),'FontSize',fontSize); % Изменение шрифта
10 title({'\rm Зашумленный звуковой ряд'}); % Заголовок
11 xlabel ('Время,\it nT_д\rm,c'); % Надпись оси абсцисс
12 ylabel('Уровень громкости'); % Надпись оси ординат
13 yticks([]); % Нет значений на оси ординат
```



```

1 % Формирование спектра мощности
2 [fnpNotes,freq]=periodogram(ngamma_notes,rectwin(length(ngamma_notes)),...
3     length(ngamma_notes),fd,'power'); % Формирование значений
4 % Формирование графика
5 figure; plot(freq,fnpNotes,'Color',fColor);
6 saveas(gcf,'figure_3','eps')
7 set(get(gcf,'CurrentAxes'),'FontSize',fontSize); % Изменение шрифта
8 title({'\rm Спектр мощности зашумленного звукового ряда'}); % Заголовок
9 xlabel('Частота,\it f\rm,Гц'); % Надпись оси абсцисс
10 ylabel('Мощность'); % Надпись оси ординат
11 yticks([]); % Нет значений на оси ординат

```



```

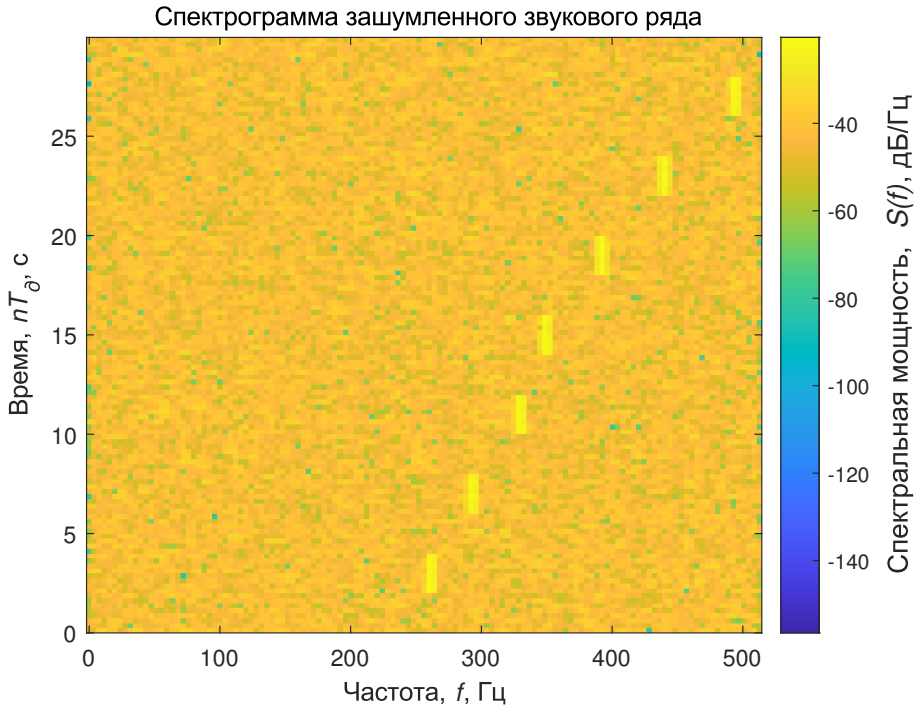
1 % Формирование спектрограммы звукового ряда
2
3 figure; spectrogram(ngamma_notes,256,0,[],fd);
4 saveas(gcf,'figure_4','eps');
5 set(get(gcf,'CurrentAxes'),'FontSize',fontSize); % Изменение шрифта
6 title({'\rm Спектрограмма зашумленного звукового ряда'}); % Заголовок

```

```

7 xlabel('Частота, \it f\rm, Гц'); % Надпись оси абсцисс
8 ylabel('Время, \it nT_d\rm, с'); % Надпись оси ординат
9 h=colorbar;
10 h.Label.String='Спектральная мощность, \it S(f)\rm, дБ/Гц';
11 h.Label.FontSize=12;

```



```

1 % Проигрывание гаммы
2 sound(ngamma_notes,fd);
3 % Запись мелодии в WAV-файл
4 audiowrite('ngamma.wav',ngamma_notes,fd);
5 disp('Нажмите любую клавишу для продолжения...');
6 pause; % Пауза перед следующей мелодией
7 close all;
8
9
10 % Формирование массива-мелодии
11 sw_notes=[getNote(D3,t05),getNote(D3,t05),getNote(D3,t05),getNote(G3,t15),...
12 getNote(D3,t15),getNote(C4,t05),getNote(B3,t05),getNote(A3,t05),...
13 getNote(G4,t15),getNote(D3,t07),getNote(C4,t05),getNote(B3,t05),...
14 getNote(A3,t05),getNote(G4,t15),getNote(D3,t07),getNote(C4,t05),...
15 getNote(B3,t05),getNote(C4,t05),getNote(A3,t15),getNote(D3,t07),...
16 getNote(D3,t05),getNote(G3,t15),getNote(D3,t15),getNote(C4,t05),...

```

```

17     getNote(B3,t05),getNote(A3,t05),getNote(G4,t15),getNote(D3,t07),...
18     getNote(C4,t05),getNote(B3,t05),getNote(A3,t05),getNote(G4,t15),...
19     getNote(D3,t07),getNote(C4,t05),getNote(B3,t05),getNote(C4,t05),...
20     getNote(A3,t15),getNote(D3,t07),getNote(D3,t05),getNote(E3,t09),...
21     getNote(E3,t07),getNote(C4,t07),getNote(B3,t07),getNote(A3,t07),...
22     getNote(G3,t07),getNote(G3,t05),getNote(A3,t05),getNote(B3,t05),...
23     getNote(A3,t07),getNote(E3,t05),getNote(F3d,t09),getNote(D3,t07),...
24     getNote(D3,t05),getNote(E3,t09),getNote(E3,t07),getNote(C4,t07),...
25     getNote(B3,t07),getNote(A3,t07),getNote(G3,t07),getNote(D3,t07),...
26     getNote(A3,t05),getNote(A3,t15),getNote(D3,t07),getNote(D3,t05),...
27     getNote(E3,t09),getNote(E3,t07),getNote(C4,t07),getNote(B3,t07),...
28     getNote(A3,t07),getNote(G3,t07),getNote(G3,t05),getNote(A3,t05),...
29     getNote(B3,t05),getNote(A3,t07),getNote(E3,t07),getNote(F3d,t05),...
30     getNote(D3,t09),getNote(D3,t05),getNote(G4,t07),getNote(F4,t05),...
31     getNote(D3,t07),getNote(D4,t05),getNote(C4,t07),getNote(A3,t05),...
32     getNote(A3,t07),getNote(G3,t05),getNote(D3,t30)];
33 % Проигрывание мелодии
34 sound(sw_notes,fd);
35 % Запись мелодии в WAV-файл
36 audiowrite('melody.wav',sw_notes,fd);

```

Варианты заданий для самостоятельной работы

№	Задание	№	Задание
1	$T = 1,5 \text{ с};$ $N = 10;$ $L_{SNR} = 14 \text{ дБ.}$ Ноты: B2, A6, C3, E3, G6, C4, E3, E2, B5, C3.	16	$T = 1,5 \text{ с};$ $N = 11;$ $L_{SNR} = 13 \text{ дБ.}$ Ноты: D4, C7, C4, B5, G7, E6, B4, C6, G6, D5, D6.
2	$T = 1 \text{ с};$ $N = 10;$ $L_{SNR} = 2 \text{ дБ.}$ Ноты: F4, E4, G2, F2, D6, F5, E8, F8, C8, F8.	17	$T = 1,5 \text{ с};$ $N = 7;$ $L_{SNR} = 3 \text{ дБ.}$ Ноты: G7, E8, F6, A7, E6, B7, D2.
3	$T = 1 \text{ с};$ $N = 12;$ $L_{SNR} = 4 \text{ дБ.}$ Ноты: G7, D7, A8, D7, D8, G2, F8, E2, B5, F4, A7, G7.	18	$T = 2 \text{ с};$ $N = 12;$ $L_{SNR} = 8 \text{ дБ.}$ Ноты: A5, D3, A4, D7, C2, G3, D6, G6, E4, C2, A5, A6.
4	$T = 1,5 \text{ с};$ $N = 8;$ $L_{SNR} = 7 \text{ дБ.}$ Ноты: B8, E4, D5, A5, D7, F5, D6, D5.	19	$T = 2 \text{ с};$ $N = 8;$ $L_{SNR} = 7 \text{ дБ.}$ Ноты: E6, F4, F5, E3, G8, B6, G8, A4.
5	$T = 2 \text{ с};$ $N = 7;$ $L_{SNR} = 15 \text{ дБ.}$ Ноты: B8, A7, G6, E4, E2, B5, C4.	20	$T = 0,5 \text{ с};$ $N = 11;$ $L_{SNR} = 4 \text{ дБ.}$ Ноты: B5, G5, G8, G5, C3, G6, C2, F8, F2, D2, C6.
6	$T = 1,5 \text{ с};$ $N = 12;$ $L_{SNR} = 15 \text{ дБ.}$ Ноты: A6, A2, F8, C3, B7, D8, E4, A4, E4, A2, D4, B7.	21	$T = 0,5 \text{ с};$ $N = 10;$ $L_{SNR} = 16 \text{ дБ.}$ Ноты: D3, G8, B4, E8, G3, A8, C7, F6, B3, G5.
7	$T = 2 \text{ с};$ $N = 7;$ $L_{SNR} = 16 \text{ дБ.}$ Ноты: E5, B3, A5, C5, D7, D7, F5.	22	$T = 1 \text{ с};$ $N = 11;$ $L_{SNR} = 8 \text{ дБ.}$ Ноты: C8, F4, C4, B4, G5, C3, D6, F8, F8, G8, C4.
8	$T = 1,5 \text{ с};$ $N = 12;$ $L_{SNR} = 17 \text{ дБ.}$ Ноты: D8, A8, F6, B6, C7, F5, A3, E2, B8, C6, A4, E8.	23	$T = 2 \text{ с};$ $N = 8;$ $L_{SNR} = 15 \text{ дБ.}$ Ноты: E7, B4, A4, C8, C7, C8, B7, E2.
9	$T = 2 \text{ с};$ $N = 7;$ $L_{SNR} = 0 \text{ дБ.}$ Ноты: E2, G8, D8, D7, F7, F5, C5.	24	$T = 1,5 \text{ с};$ $N = 8;$ $L_{SNR} = 7 \text{ дБ.}$ Ноты: E4, B8, F3, A5, B7, G5, B7, G5.

№	Задание	№	Задание
10	$T = 2$ с; $N = 11$; $L_{SNR} = 2$ дБ. Ноты: A7, E5, F7, G2, D5, C7, F5, C4, A5, B7, E2.	25	$T = 1$ с; $N = 12$; $L_{SNR} = 4$ дБ. Ноты: A6, A4, C2, E5, G6, G4, E5, A2, E5, D6, D6, A4.
11	$T = 1,5$ с; $N = 7$; $L_{SNR} = 7$ дБ. Ноты: G3, G7, G4, G6, D3, G4, E2.	26	$T = 1,5$ с; $N = 12$; $L_{SNR} = 20$ дБ. Ноты: D6, B7, G4, F2, E8, G8, A7, E5, A6, E7, B8, G8.
12	$T = 1$ с; $N = 8$; $L_{SNR} = 6$ дБ. Ноты: E7, F7, F4, D3, E4, C2, B8, C2.	27	$T = 2$ с; $N = 8$; $L_{SNR} = 8$ дБ. Ноты: G7, G7, B5, D3, F7, C5, F8, D8.
13	$T = 1,5$ с; $N = 12$; $L_{SNR} = 15$ дБ. Ноты: C8, E3, B6, F6, E3, G8, D3, G2, G7, B5, D7, C6.	28	$T = 1$ с; $N = 8$; $L_{SNR} = 9$ дБ. Ноты: G3, D3, F8, E4, B6, G2, B3, E3.
14	$T = 2$ с; $N = 9$; $L_{SNR} = 20$ дБ. Ноты: E3, G5, D5, G4, G3, F7, E4, B2, D7.	29	$T = 2$ с; $N = 12$; $L_{SNR} = 0$ дБ. Ноты: G4, B6, G2, C4, C7, A5, C2, E3, B6, D6, B8, G3.
15	$T = 2$ с; $N = 8$; $L_{SNR} = 1$ дБ. Ноты: B4, B4, F8, C5, D6, G6, B2, F8.	30	$T = 2$ с; $N = 12$; $L_{SNR} = 13$ дБ. Ноты: C4, G6, F2, G4, F2, G7, E5, G2, G6, A4, D3, D5.

Контрольные вопросы

1. Что из себя представляет математическая модель звукового сигнала постоянной тональности?
2. Какой частотный диапазон занимает человеческая речь?
3. Какой частотный диапазон воспринимает человеческий орган слуха?
4. На какую величину отличаются соседние тона при равномерной темперации?
5. Чему равна частота ноты «ля» третьей октавы, если частота ноты «ля» первой октавы равна 440 Гц?
6. В чем преимущество визуального анализа сигналов с помощью спектрограммы по сравнению с графиком спектра?

Лабораторная работа №7

Комплексные сигналы. Многомерные сигналы. Изображения и видеофрагменты

Цель работы

Приобретение практических навыков, освоение программных средств имитационного моделирования комплексных и многомерных сигналов. Практическое изучение программных средств формирования и воспроизведения изображений и видеофрагментов.

Основные теоретические сведения

До настоящего момента в данном практикуме речь шла исключительно о вещественных сигналах — сигналах, математической моделью которых является вещественная функция вещественного аргумента ($f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$). Именно такие сигналы являются человеку наиболее понятными, так как именно они встречаются в природе. Тем не менее, в некоторых отраслях науки и техники часто применяются комплексные сигналы, отсчеты которых описываются комплексными числами [9]. В общем случае аргументы функции, описывающей закон формирования комплексного сигнала, также могут быть комплексными.

Как известно, для графического представления комплексного числа недостаточно координатной оси — нужна координатная плоскость, поэтому для представления вещественной функции комплексного аргумента ($f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{R}$) или комплексной функции вещественного аргумента ($f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$) потребуется трехмерная модель. Трехмерные графики также являются привычными человеческому восприятию, но, если речь идет о комплексной функции комплексного аргумента ($f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$), то трехмерного пространства уже не достаточно и требуется четырехмерная модель графического представления сигнала.

Наряду с римановыми поверхностями [10], комплексные функции комплексного аргумента могут быть представлены на плоскости с помощью *цветовых диаграмм* [11]. Данный метод является относительно новым и нашел применение лишь в конце прошлого века. Суть метода сводится к представлению комплексных значений функции с помощью различных цветов на комплексной плоскости аргумента. Таким образом, координата по оси абсцисс задает действительную часть комплексного аргумента функции, координата по оси ординат задает мнимую часть аргумента функции, а соответствующее значение комплексной функции задается цветом следующим образом: аргумент («фаза») комплексного значения задается оттенками из цветового круга (рисунок 25), а модуль — его яркостью. Так, например, аргументы комплексных чисел равные $-2\pi/3, 0, 2\pi/3$ радиан определяют цвета зеленый, красный и синий, соответственно.

Для формирования цветовых диаграмм в соответствии с предложенным

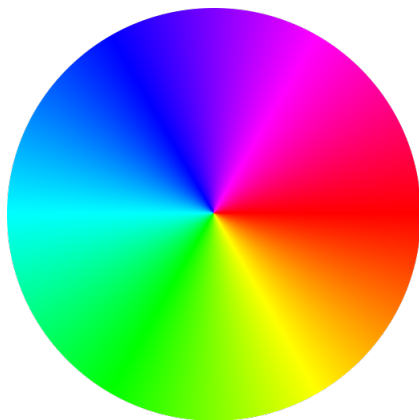


Рис. 25. Цветовой круг соответствия аргумента комплексного числа оттенку цвета

методом вместо широко распространенной цветовой модели RGB удобнее использовать цветовую модель изображений HSL или HSV (HSB) [12]. Например, координатами цвета для модели HSV (HSB) являются:

- «Hue» — цветовой тон;
- «Saturation» — насыщенность;
- «Value» (значение цвета) или «Brightness» — яркость.

Рассматривая изображение как средство визуализации сигнала нельзя не сделать вывод о том, что любые изображения, с которыми мы сталкиваемся в нашей повседневной жизни, также могут быть рассмотрены в качестве сигналов. При этом, если рассматривать в качестве значения функции, описывающей сигнал, код цвета изображения, то аргументом этой функции будет являться двумерная матрица. Таким образом, изображение представляет собой двумерный сигнал.

В общем случае, *многомерные сигналы* — это функции k независимых переменных при $k > 1$ [1]. Другим примером многомерных сигналов является видеофрагмент [13]. При формировании видеофрагмента необходимо помнить, что, кроме дополнительного аргумента функции — времени, видеопоток может сопровождается аудиопотоком, в том числе многоканальным. В простейшем случае для одноканального звука (моно) каждый кадр изображения должен быть дополнен вектором отсчетов аудиосигнала. Необходимо помнить о различии частот дискретизации для видеопотока и звукового сигнала. Количество отсчетов аудиосигнала (для одного канала), которое приходится на кадр изображения определяется выражением

$$N_s = \frac{f_z}{f_k},$$

где f_z — частота дискретизации звукового сигнала; f_k — частота дискретизации

видеосигнала (частота смены кадров).

Минимальная частота смены кадров, необходимая для сохранения плавности движения видеообъектов в силу инерционности человеческого зрения, составляет 12–18 кадров в секунду, общемировым стандартом съемки видео является 24 кадра в секунду, тем не менее, в настоящее время существуют видеоизображения, снятые и с более высокой кадровой частотой, вплоть до 60 кадров в секунду и выше.

Согласно стандарту, видеопоток преобразуется в трехкомпонентное представление YCRCB [14], где «Y» — сигнал яркости; а «CR» и «CB» цветоразностные сигналы. Такое кодирование позволяет учесть особенность человеческого зрения, выраженную в большей чувствительности к перепадам яркости, чем цвета, и снизить объем видеопотока за счет цветовой субдискретизации.

Цветовая субдискретизация — технология кодирования изображений со снижением цветового разрешения, при которой частота выборки цветоразностных сигналов может быть меньше частоты выборки яркостного сигнала.

Расчет размера файла B , содержащего несжатый видеопоток и выраженный в битах, производится в соответствии с формулой

$$B = T \cdot [f_k \cdot (b_Y \cdot x_Y \cdot y_Y + b_{CR} \cdot x_{CR} \cdot y_{CR} + b_{CB} \cdot x_{CB} \cdot y_{CB}) + f_z \cdot b_z \cdot K_z],$$

где b_Y , b_{CR} , b_{CB} — разрядность кодирования соответствующих видеоканалов;

b_z — разрядность кодирования аудиоканалов;

$x_Y \cdot y_Y$, $x_{CR} \cdot y_{CR}$, $x_{CB} \cdot y_{CB}$ — размеры кадров для соответствующих видеоканалов;

K_z — число аудиоканалов;

T — длительность видеофрагмента.

В таблице 5 приведены некоторые из современных форматов кодирования видеопотока с указанием их параметров.

Таблица 5. Некоторые современные форматы видеопотока

Формат	Субдискретизация	Разрядность	Размер кадра (пикселей)
DV/MiniDV	4:2:0 (PAL) 4:1:1 (NTSC)	8 бит	720 × 576 (PAL) 720 × 480 (NTSC)
DVCAM	4:2:0 (PAL) 4:1:1 (NTSC)	8 бит	720 × 576 (PAL) 720 × 480 (NTSC)
Betacam SX	4:2:2	10 бит	720 × 576 (PAL) 720 × 480 (NTSC)
MPEG IMX	4:2:2	8 бит	720 × 576 (PAL) 720 × 480 (NTSC)
XDCAM	4:2:0/4:1:1 4:2:2	8 бит	720 × 576 (PAL) 720 × 480 (NTSC)
HDCAM	3:1:1	8 бит	1440 × 1080
HDCAM SR	4:2:2 4:4:4	10 бит	1920 × 1080
ProRes 422	4:2:2	10 бит	1920 × 1080
AVC-Intra 100	4:2:2	10 бит	1920 × 1080
Dirac Pro (VC-2)	4:2:2	10 бит	1920 × 1080
DNxHD (VC-3)	4:2:2	10 бит 8 бит	1920 × 1080 1280 × 720
CineForm (VC-5)	4:2:2 4:4:4	10 бит 12 бит	1920 × 1080

Задачи и порядок выполнения работы

Для успешного выполнения работы необходимо:

1. Выполнить имитационное моделирование сигнала, закон изменения которого соответствует заданной комплексной функции комплексного аргумента $(f(z) : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C})$ на квадратной области определения размером $D \times D$ с центром в точке $(0, 0)$.
2. Построить изображение сигнала в виде цветовой диаграммы размером $P \times P$.
3. Наложить шум с нормальным распределением и уровнем 30 дБ на полученное изображение и объединить два изображения по одной из осей.
4. Результирующее изображение сохранить в файл на жесткий диск в произвольном растровом графическом формате и просмотреть его средствами операционной системы или установленного программного обеспечения.

5. Создать видеопоток длительностью T с частотой смены кадров f_k на базе полученного изображения. Соотношение сигнал-шум уменьшать с каждым новым кадром по линейному закону. После того как изображение станет неразличимым на фоне шума, необходимо начать линейное увеличение соотношения сигнал-шум до исходного значения.
6. На полученный видеопоток необходимо наложить текст со значением текущего уровня соотношения сигнал-шума и аудиопоток из заранее подготовленного файла.
7. Результирующий видеофрагмент сохранить в файл на жесткий диск в произвольном видеоформате и просмотреть его средствами операционной системы или установленного программного обеспечения.

После выполнения экспериментальной части необходимо ответить на предложенные контрольные вопросы для закрепления пройденного материала и установления взаимосвязи между полученными результатами практических работ и теоретическими знаниями.

Результаты работы рекомендуется оформить в виде отчета, в котором должна содержаться следующая информация: цель работы; решённые в процессе её достижения задачи; основные математические выражения, использованные при решении задач; текст программы или схема моделирования, результаты моделирования в виде графиков и заключение, позволяющее сделать вывод о сопоставимости результатов практической работы с теоретическими сведениями.

Пример выполнения работы в среде MathWorks MATLAB

1 Подготовительные операции

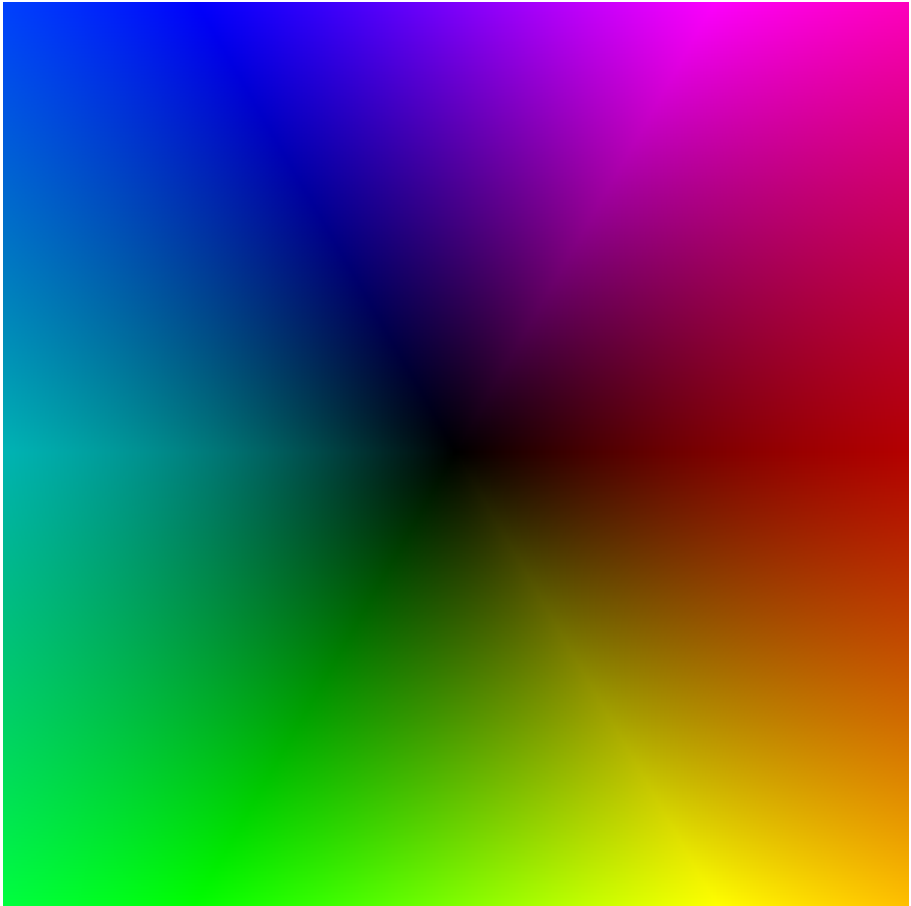
1.1 Инициализация

```
1 clear all; % Очистка памяти
2 close all; % Закрытие всех окон с графиками
3 clc; % Очистка окна команд и сообщений
4 fontSize=10; % Размер шрифта графиков
5 fontType=''; % Тип шрифта графиков
6 % Цвет графиков
7 tColor=[0,0.447,0.741]; % Временная область
8 tColorLight=[0.3 0.7 0.9]; % Временная область
9 Color0=[1 0 0]; % Эталонные сигналы
10 fColor=[1 0.4 0]; % Частотная область
11 eColor=[0.85 0.325 0.098]; % Погрешности
12 eColorLight=[0.9 0.9 0.4]; % Погрешности
13 eColorDark=[0.635 0.078 0.184]; % Погрешности
14 % Параметры области определения функций
15 nMax=300; % Количество отсчетов по каждой полуоси
16 nScale=.1; % Коэффициент масштабирования
17 % Время запуска текста в видео, с
18 startText0=5;
19 startText1=10;
20 frameRate=25; % Частота кадрирования
21 videoDuration=15; % Длительность видео
22 fCount=frameRate*videoDuration; % Количество кадров
```

2 Моделирование комплексных сигналов

2.1 Графическое изображение функции $f(z)=z$

```
1 % Формирование изображения комплексной функции
2 % f(z)=z
3 z=getComplexDomain(nMax,nScale); % Область определения
4 f=z; % Формирование значений
5 % Формирование изображения HSV
6 hsv1(:,:,1)=wrapTo2Pi(angle(f))/(2*pi); % Тон
7 hsv1(:,:,2)=1; % Насыщенность
8 hsv1(:,:,3)=abs(f)./max(abs(f)); % Яркость
9 rgb1=hsv2rgb(hsv1); % Преобразование в формат RGB
10 figure; imshow(rgb1); % Визуализация
```

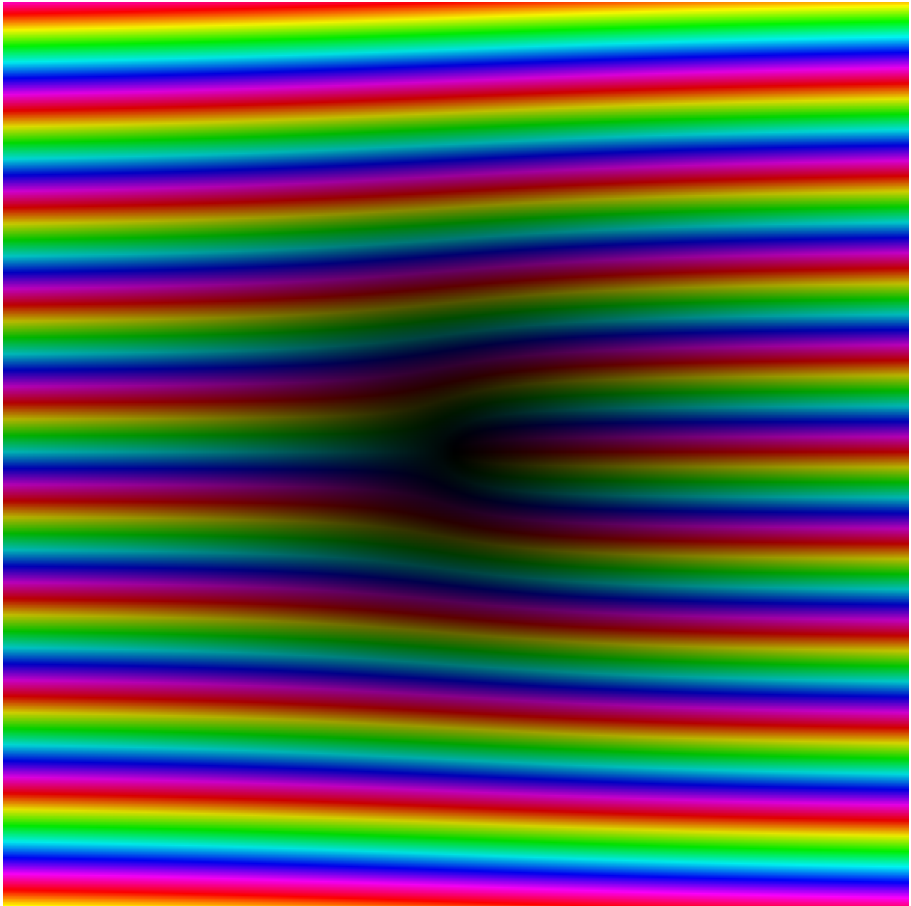


2.2 Графическое изображение функции $f(z)=z*\exp(z)$

```

1 % Формирование изображения комплексной функции
2 % f(z)=z*exp(z)
3 f=z.*exp(z); % Формирование значений
4 % Формирование изображения HSV
5 hsv2(:,:,1)=wrapTo2Pi(angle(f))/(2*pi); % Тон
6 hsv2(:,:,2)=1; % Насыщенность
7 hsv2(:,:,3)=abs(f)./max(abs(f)); % Яркость
8 rgb2=hsv2rgb(hsv2); % Преобразование в формат RGB
9 figure; imshow(rgb2); % Визуализация

```

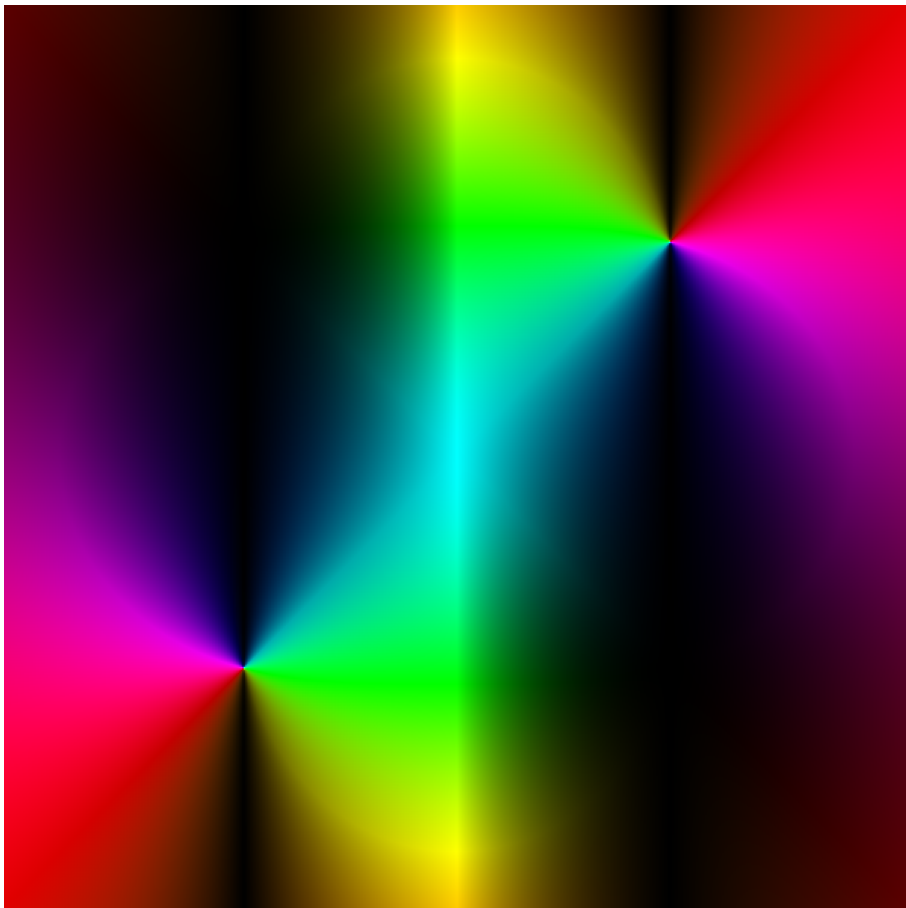



2.3 Графическое изображение функции $f(z) = (z^2 - i) / (z^2 + i)$

```

1  % Формирование изображения комплексной функции
2  % f(z)=(z^2-i)/(z^2+i)
3  nScale=nScale*.05; % Изменение масштаба
4  z=getComplexDomain(nMax,nScale); % Область определения
5  f=(z.^2-i)./(z.^2+i); % Формирование значений
6  % Формирование изображения HSV
7  hsv3(:,:,1)=wrapTo2Pi(angle(f))/(2*pi); % Тон
8  hsv3(:,:,2)=1; % Насыщенность
9  hsv3(:,:,3)=abs(f)./max(abs(f)); % Яркость
10 rgb3=hsv2rgb(hsv3); % Преобразование в формат RGB
11 figure; imshow(rgb3); % Визуализация

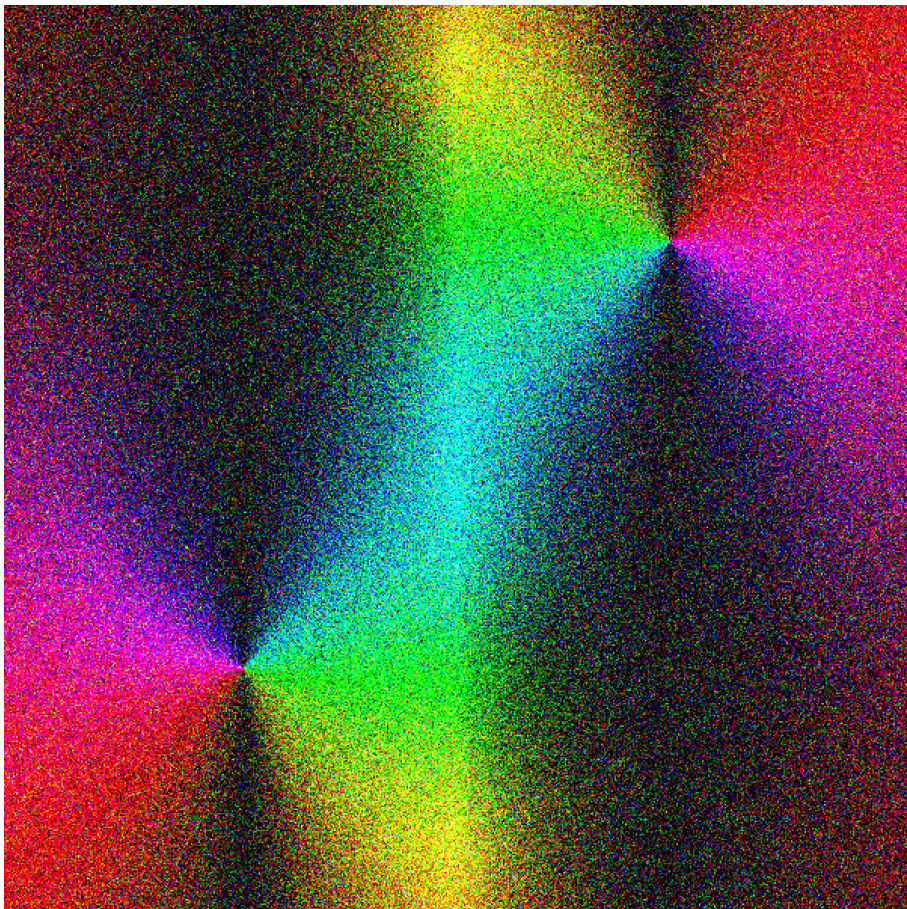
```



3 Формирование изображений

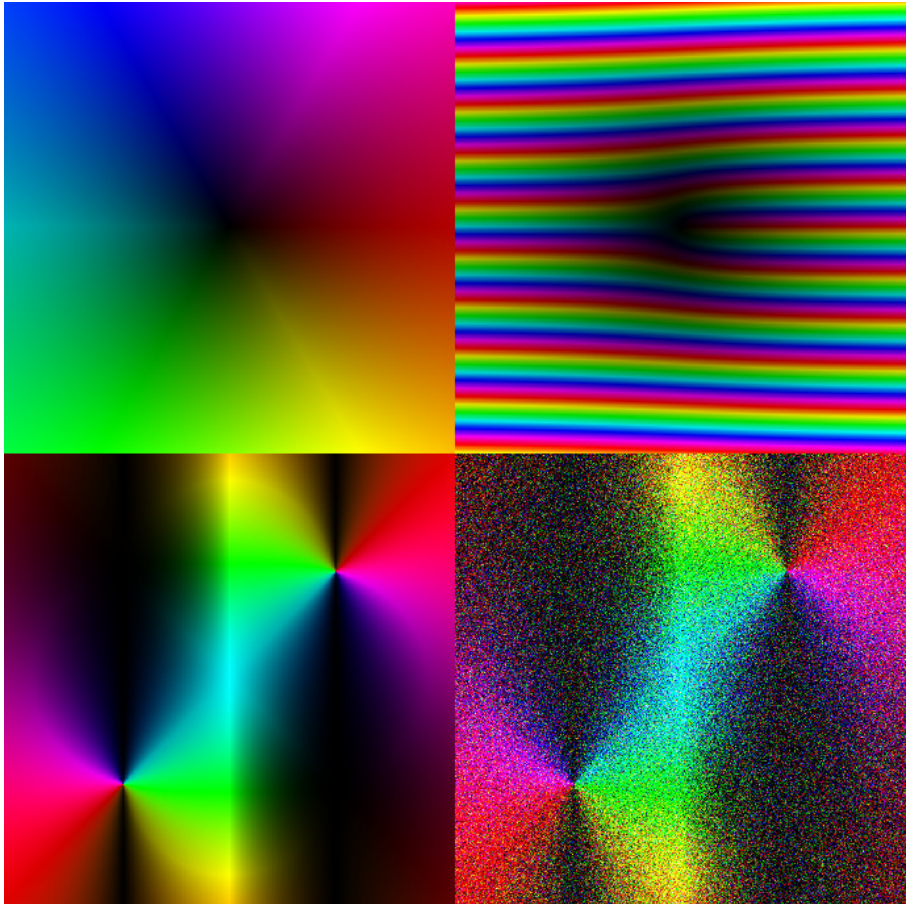
3.1 Добавление нормального шума

```
1  rgbn=awgn(rgb3,10); % Шум 10 дБ  
2  figure; imshow(rgbn); % Визуализация
```



3.2 Объединение изображений и сохранение в файл

```
1 % Объединение массивов изображений
2 rgb0=[rgb1 rgb2;rgb3 rgbn];
3 figure; imshow(rgb0,'InitialMagnification','fit'); % Визуализация
4
5 % Сохранение в формате JPG
6 imwrite(rgb0,'picture.jpg');
```



4. Формирование видеофрагмента

```

1 % Формирование видеофрагмента
2 [S,fd]=audioread("gamma.wav"); % Мелодия из файла
3 sPPF=fd/frameRate; % Количество отсчетов звука на кадр
4 % Открытие видеофайла
5 videoFWriter=vision.VideoFileWriter('movie.avi',...
6     'FrameRate',frameRate,... % Частота кадрирования
7     'AudioInputPort',true); % Наличие звука
8 % Формирование видеопотока
9 for i=1:fCount
10     nNoiseLevel=round(60*i/fCount-20); % Уровень шума в кадре, дБ
11     sNoiseLevel=['SNR: ' num2str(nNoiseLevel) ' dB']; % Надпись SNR
12     rgbn=awgn(rgb3,nNoiseLevel); % Добавление шума
13     rgb0=[rgb1 rgb2;rgb3 rgbn]; % Объединение изображений

```

```

14   rgb0=insertText(rgb0, [820 880], sNoiseLevel,'FontSize',40,...
15   'BoxColor','white','BoxOpacity',0,'TextColor','white'); % Текст
16   if i>startText0*frameRate % Текст
17       rgb0=insertText(rgb0,[300 610],'An image is ...','FontSize',...
18       40,'BoxColor','white','BoxOpacity',0,'TextColor','white');
19   end
20   if i>startText1*frameRate % Текст
21       rgb0=insertText(rgb0, [610 540], '... a signal also!','FontSize',...
22       40,'BoxColor','white','BoxOpacity',0,'TextColor','white');
23   end
24   startIndex=(i-1)*sPPF+1; % Номер начального отсчета в массиве звука
25   endIndex=i*sPPF; % Номер конечного отсчета в массиве звука
26   videoFWriter(rgb0,S(startIndex:endIndex)); % Запись видео в файл
27 end
28 release(videoFWriter); % Закрытие видеофайла

```


Варианты заданий для самостоятельной работы

№	Задание	№	Задание
1	$T = 10 \text{ c}; P = 400; D = 192; f_k = 29 \text{ Гц};$ $f(z) = \frac{z^2 - i}{5e^z}.$	16	$T = 13 \text{ c}; P = 200; D = 379; f_k = 20 \text{ Гц};$ $f(z) = \frac{5e^z}{z^2 + i}.$
2	$T = 17 \text{ c}; P = 400; D = 612; f_k = 50 \text{ Гц};$ $f(z) = 2e^z + 7z^2 - 3.$	17	$T = 5 \text{ c}; P = 400; D = 90; f_k = 47 \text{ Гц};$ $f(z) = \frac{2z^2}{z^2 + i}.$
3	$T = 14 \text{ c}; P = 350; D = 471; f_k = 39 \text{ Гц};$ $f(z) = \frac{3z^2 - 5i}{8e^z}.$	18	$T = 16 \text{ c}; P = 350; D = 337; f_k = 18 \text{ Гц};$ $f(z) = \frac{5e^z}{z^2 + i}.$
4	$T = 9 \text{ c}; P = 200; D = 618; f_k = 45 \text{ Гц};$ $f(z) = \frac{z^2 - 6i}{z^2}.$	19	$T = 8 \text{ c}; P = 300; D = 663; f_k = 14 \text{ Гц};$ $f(z) = \frac{z^2 - i}{z^2}.$
5	$T = 11 \text{ c}; P = 250; D = 786; f_k = 27 \text{ Гц};$ $f(z) = \frac{2e^z}{z^2 + 3i}.$	20	$T = 19 \text{ c}; P = 300; D = 60; f_k = 24 \text{ Гц};$ $f(z) = 5e^z + z^2 - 1.$
6	$T = 7 \text{ c}; P = 300; D = 281; f_k = 24 \text{ Гц};$ $f(z) = \frac{3z^2 - 5i}{8e^z}.$	21	$T = 13 \text{ c}; P = 250; D = 267; f_k = 48 \text{ Гц};$ $f(z) = \frac{z^2 - i}{5e^z}.$
7	$T = 18 \text{ c}; P = 250; D = 697; f_k = 47 \text{ Гц};$ $f(z) = \frac{5e^z}{z^2 + i}.$	22	$T = 14 \text{ c}; P = 400; D = 135; f_k = 19 \text{ Гц};$ $f(z) = 2e^z + 7z^2 - 3.$
8	$T = 16 \text{ c}; P = 400; D = 28; f_k = 17 \text{ Гц};$ $f(z) = \frac{z^2}{z^2 + i}.$	23	$T = 13 \text{ c}; P = 250; D = 439; f_k = 39 \text{ Гц};$ $f(z) = \frac{3z^2 - 5i}{8e^z}.$
9	$T = 12 \text{ c}; P = 400; D = 647; f_k = 39 \text{ Гц};$ $f(z) = \frac{5e^z}{z^2 + i}.$	24	$T = 5 \text{ c}; P = 300; D = 79; f_k = 10 \text{ Гц};$ $f(z) = \frac{z^2 - 6i}{z^2}.$
10	$T = 19 \text{ c}; P = 250; D = 320; f_k = 14 \text{ Гц};$ $f(z) = \frac{z^2 - 6i}{z^2}.$	25	$T = 12 \text{ c}; P = 300; D = 376; f_k = 39 \text{ Гц};$ $f(z) = \frac{z^2}{z^2 + i}.$
11	$T = 12 \text{ c}; P = 300; D = 614; f_k = 36 \text{ Гц};$ $f(z) = 2e^z + 7z^2 - 3.$	26	$T = 7 \text{ c}; P = 400; D = 16; f_k = 32 \text{ Гц};$ $f(z) = \frac{z^2 - i}{5e^z}.$
12	$T = 12 \text{ c}; P = 400; D = 542; f_k = 25 \text{ Гц};$ $f(z) = \frac{z^2 - 6i}{z^2}.$	27	$T = 19 \text{ c}; P = 300; D = 440; f_k = 23 \text{ Гц};$ $f(z) = \frac{z^2}{z^2 + i}.$
13	$T = 9 \text{ c}; P = 300; D = 420; f_k = 15 \text{ Гц};$ $f(z) = \frac{2e^z}{z^2 + 3i}.$	28	$T = 20 \text{ c}; P = 250; D = 304; f_k = 44 \text{ Гц};$ $f(z) = \frac{3z^2 - 5i}{8e^z}.$
14	$T = 10 \text{ c}; P = 250; D = 589; f_k = 35 \text{ Гц};$ $f(z) = \frac{5e^z}{z^2 + i}.$	29	$T = 11 \text{ c}; P = 350; D = 613; f_k = 30 \text{ Гц};$ $f(z) = \frac{z^2}{z^2 + i}.$
15	$T = 5 \text{ c}; P = 400; D = 760; f_k = 44 \text{ Гц};$ $f(z) = 2e^z + 7z^2 - 3.$	30	$T = 13 \text{ c}; P = 200; D = 301; f_k = 48 \text{ Гц};$ $f(z) = 2e^z + 7z^2 - 3.$

Контрольные вопросы

1. Какому аргументу комплексного числа соответствует бирюзовый (сине-зелёный) оттенок (значение в модели RGB #00FFFF) на цветовом круге?
2. Какому цвету на цветовой диаграмме будет соответствовать комплексное число с модулем равным нулю?
3. Определите количество отсчетов для одноканального звука в одном кадре видеосфрагмента, если известно, что частота смены кадров равна 30 Гц, а частота дискретизации звукового сигнала 44100 Гц?
4. Оцените объём памяти, необходимой для хранения несжатого видеосфрагмента без цветовой субдискретизации длительностью один час, если известно, что частота смены кадров равна 24 Гц, размер кадра 640x480, глубина цвета трехканального изображения 8 бит/канал, стерео звук с частотой дискретизации 48 кГц и разрядность 16 бит/канал?

Лабораторная работа №8

Имитационное моделирование сигналов по спектральным и корреляционным характеристикам

Цель работы

Приобретение практических навыков и освоение методов имитационного моделирования сигналов по заданным спектральным и корреляционным характеристикам. Экспериментальное изучение взаимосвязи функции спектральной плотности мощности и автокорреляционной функции.

Основные теоретические сведения

Автокорреляционная функция (по энергии) — характеристика сигнала, определяющая взаимную энергию сигнала и его сдвинутой по времени копии. Для случайного сигнала автокорреляционная функция определяет степень статистической связи значений реализации, которые наблюдаются в различные моменты времени. В данной лабораторной работе используется два вида автокорреляционных функций: теоретическая и экспериментальная [15].

Взаимосвязь между теоретической автокорреляционной функцией $R_x(\tau)$ и функцией спектральной плотности мощности $S_x(f)$ определяется теоремой Винера–Хинчина, которая утверждает, что спектральной плотностью мощности стационарного в широком смысле случайного процесса является преобразование Фурье соответствующей автокорреляционной функции [16].

Уравнение Винера–Хинчина для непрерывных сигналов имеет вид

$$S_x(f) = \int_{-T}^T R_x(\tau) e^{-j \frac{2\pi}{T} \tau f} d\tau,$$

а для дискретных сигналов — следующий вид

$$S_x(k) = \sum_{l=-N}^N R_x(l) e^{-j \frac{2\pi}{N} kl}, k = 1, 2, \dots \quad (14)$$

Если учесть в уравнении (14) симметрию автокорреляционной функции относительно оси ординат, то

$$S_x(k) = 2 \sum_{l=0}^N R_x(l) \cos\left(\frac{2\pi}{N} kl\right), k = 1, 2, \dots$$

Для получения временной реализации сигнала по частотному спектру или автокорреляционной функции по функции спектральной плотности мощности применяется обратное преобразование Фурье, которое для дискретного сигнала определяется выражением

$$\begin{aligned} x(n) &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) e^{\frac{2\pi i}{N} kn} = \\ &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) \cdot \left[\cos\left(\frac{2\pi i}{N} kn\right) + i \cdot \sin\left(\frac{2\pi i}{N} kn\right) \right], \\ & \qquad \qquad \qquad n = 0, \dots, N-1. \end{aligned}$$

Экспериментальная автокорреляционная функция сигнала по энергии определяется выражением [1]

$$R_x(\tau) = \int_{-T}^T x(t)x(t+\tau)dt,$$

где $\tau \in \mathbb{R}$ — смещение копии сигнала относительно самого себя.

Если сигнал $x(t)$ определен на ограниченном интервале $t \in [0; T]$, то его автокорреляционная функция $R_x(\tau)$ определена на интервале $[-T; T]$.

Для дискретных сигналов, определенных на ограниченном интервале $n \in [0; N]$, автокорреляционная функция $R_x(l)$ определена на интервале $[-N; N]$:

$$R_x(l) = \sum_{n=-N}^N x(n)x(n+l),$$

где $l \in \mathbb{Z}$ — смещение копии сигнала относительно самого себя.

Верификация результатов имитационного моделирования реализуется сравнением экспериментальной и теоретической автокорреляционных функций.

Задачи и порядок выполнения работы

Для успешного выполнения работы необходимо:

1. Выполнить имитационное моделирование заданной характеристики сигнала (АКФ или ФСПМ) $f(n)$, $n \in [0; N]$ с учётом частоты дискретизации f_d .
2. Построить график полученной характеристики.
3. Выполнить имитационное моделирование сигнала по заданной характеристике.
4. Построить график полученного сигнала.
5. Найти исходную характеристику полученного сигнала, построить её график и сравнить с заданной функцией $f(n)$. Так как спектральные характери-

ки действительного сигнала симметричны относительно нулевой частоты, то допускается на графиках изображать только положительные частоты, удваивая значения характеристики в области положительных частот за счет скрытых на графике соответствующих отрицательных частот. Такой вид изображения является более интуитивно понятным, так как в физических процессах отрицательные частоты отсутствуют.

После выполнения экспериментальной части необходимо ответить на предложенные контрольные вопросы для закрепления пройденного материала и установления взаимосвязи между полученными результатами практических работ и теоретическими знаниями.

Результаты работы рекомендуется оформить в виде отчета, в котором должна содержаться следующая информация: цель работы; решённые в процессе её достижения задачи; основные математические выражения, использованные при решении задач; текст программы или схема моделирования, результаты моделирования в виде графиков и заключение, позволяющее сделать вывод о сопоставимости результатов практической работы с теоретическими сведениями.

Пример выполнения работы в среде MathWorks MATLAB

1 Подготовительные операции

1.1. Инициализация

```
1 % Моделирование фазоманипулированных сигналов
2 clear all; % Очистка памяти
3 close all; % Закрытие всех окон с графиками
4 clc; % Очистка окна команд и сообщений
5 fontSize=10; % Размер шрифта графиков
6 fontType=''; % Тип шрифта графиков
7 % Цвет графиков
8 tColor=[0,0.447,0.741]; % Временная область
9 tColorLight=[0.3 0.7 0.9]; % Временная область
10 Color0=[1 0 0]; % Эталонные сигналы
11 fColor=[1 0.4 0]; % Частотная область
12 eColor=[0.85 0.325 0.098]; % Погрешности
13 eColorLight=[0.9 0.9 0.4]; % Погрешности
14 eColorDark=[0.635 0.078 0.184]; % Погрешности
```

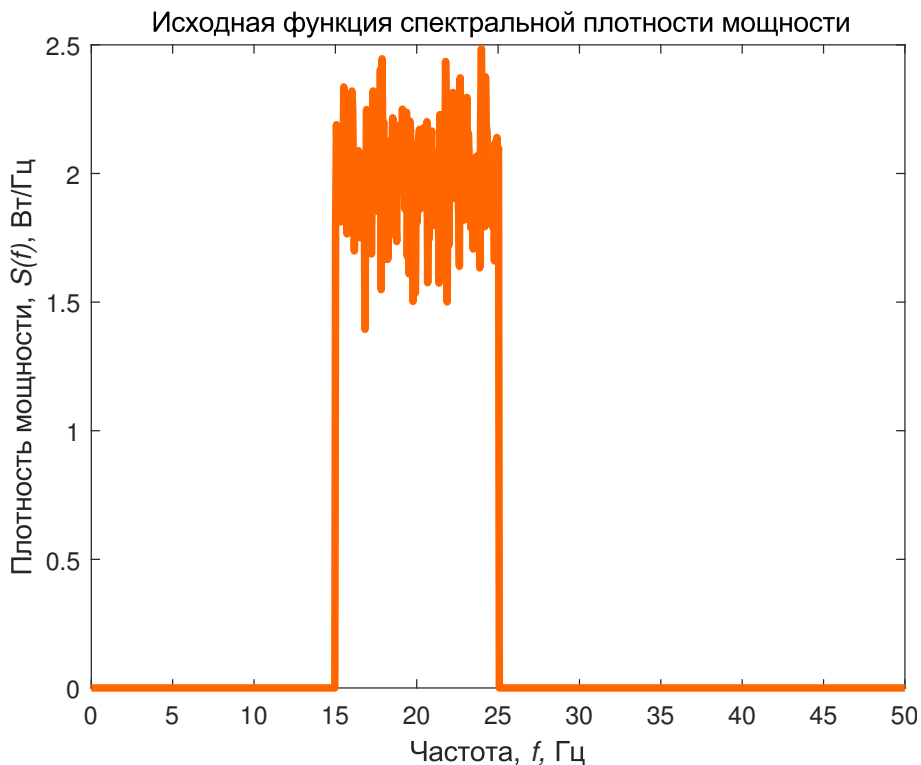
1.2 Формирование значений основных параметров

```
1 S0=2; % Уровень ФСПМ, Вт/Гц
2 S_mu=0; % Математическое ожидание ФСПМ
3 S_sigma=0.1*S0; % Среднеквадратичное отклонение ФСПМ
4 snrS=-20; % Уровень SNR, дБ
5 fd=100; % Частота дискретизации, Гц
6 N=1000; % Количество точек ФСПМ
7 fmin=15; % Частота среза ФСПМ, Гц
8 fmax=25; % Частота среза ФСПМ, Гц
9 Nmin=round(2*(N-1)*fmin/fd+1); % Номера отсчетов ...
10 Nmax=round(2*(N-1)*fmax/fd+1); % ... частот среза ФСПМ
```

2. Моделирование сигнала по функции спектральной плотности мощности

2.1 Моделирование исходной функции спектральной плотности мощности

```
1 % Моделирование исходной ФСПМ
2 % Формирование ФСПМ
3 f=linspace(0,fd/2,N); % Область определения ФСПМ
4 S_prob = makedist('Normal',S_mu,S_sigma); % Распределение вероятности
5 rS=random(S_prob,Nmax-Nmin+1,1); % Случайная составляющая
6 sFSPM(1:Nmin-1)=0; % Минимальный уровень
7 sFSPM(Nmin:Nmax)=S0+rS; % Максимальный уровень
8 sFSPM(Nmax+1:N)=0; % Минимальный уровень
9 % Формирование графика
10 figure; plot(f,sFSPM,'Color',fColor,'LineWidth',3);
11 set(get(gcf,'CurrentAxes'),'FontSize',10); % Изменение шрифта
12 title({'\rm Исходная функция спектральной плотности мощности'}); % Заголовок
13 xlabel('Частота,\it f,\rm Гц'); % Надпись оси абсцисс
14 ylabel('Плотность мощности,\it S(f)\rm, Вт/Гц'); % Надпись оси ординат
```

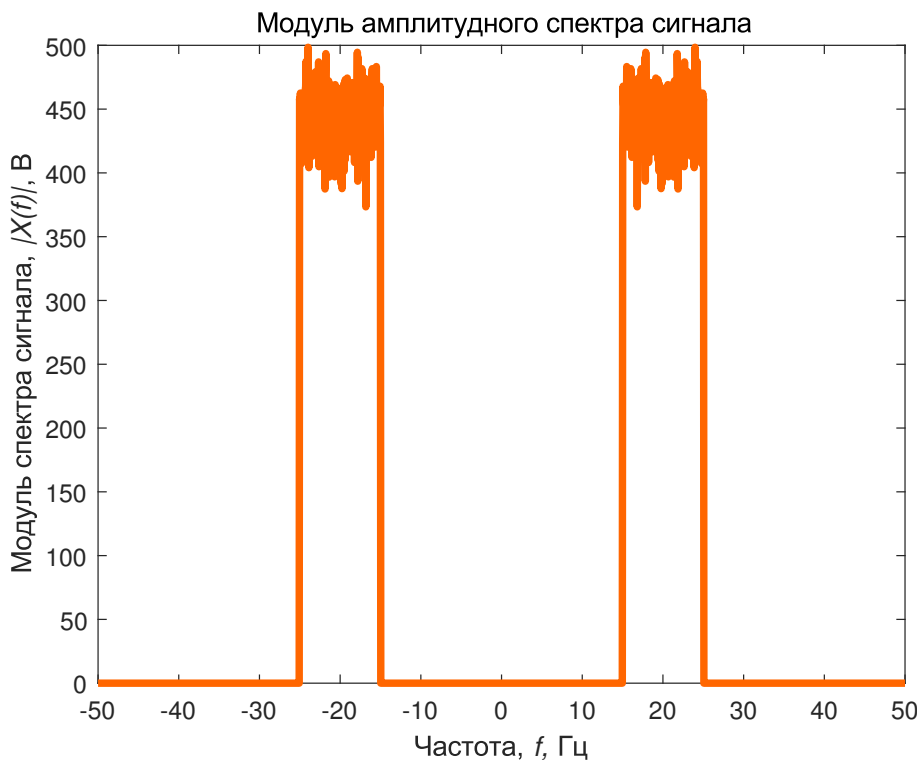


2.2 Моделирование амплитудного спектра сигнала

```

1 % Формирование амплитудного спектра сигнала
2 NN=2*N; % Количество точек в спектре
3 sf=[-fliplr(f(1:end)) f]; % Область определения
4 sX2=[fliplr(sFSPM(1:end))/2 sFSPM(1:end)/2]; % Формирование значений
5 sX=sqrt(NN*fd*sX2);
6 % Формирование графика
7 figure; plot(sf,sX,'Color',fColor,'LineWidth',3);
8 set(get(gcf,'CurrentAxes'),'FontSize',10); % Изменение шрифта
9 title({'\rm Модуль амплитудного спектра сигнала'});
10 xlabel('Частота,\it f,\rm Гц'); % Надпись оси абсцисс
11 ylabel('Модуль спектра сигнала,\it |X(f)|\rm, В'); % Надпись оси ординат

```

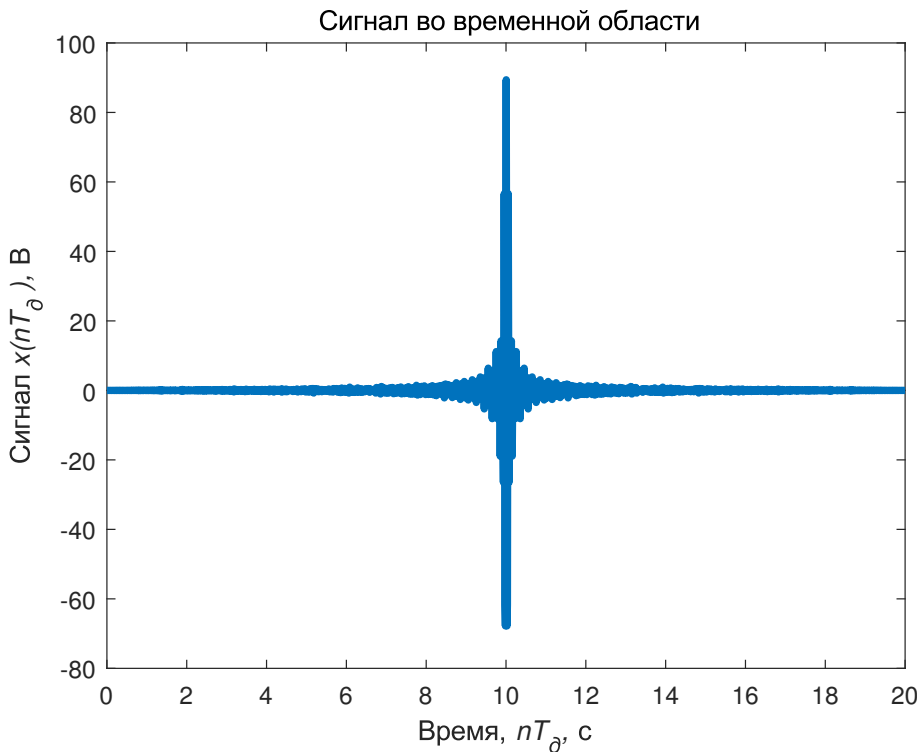


2.3 Моделирование сигнала во временной области

```

1 % Формирование сигнала во временной области по ФСПМ
2 td=1/fd; % Период дискретизации
3 dt=NN*td; % Длина временного интервала
4 t=linspace(0,dt,NN); % Область определения сигнала
5 x=ifft(fftshift(sX)); % Обратное преобразование Фурье
6 % Формирование графика
7 figure; plot(t,real(ifftshift(x)),'Color',tColor,'LineWidth',3);
8 set(gcf,'CurrentAxes'),'FontSize',10); % Изменение шрифта
9 title({'\rm Сигнал во временной области'}); % Заголовок
10 xlabel('Время,\it nT_д,\rm c'); % Задаем надпись оси абсцисс
11 ylabel('Сигнал\it x(nT_д ),\rm B'); % Задаем надпись оси ординат

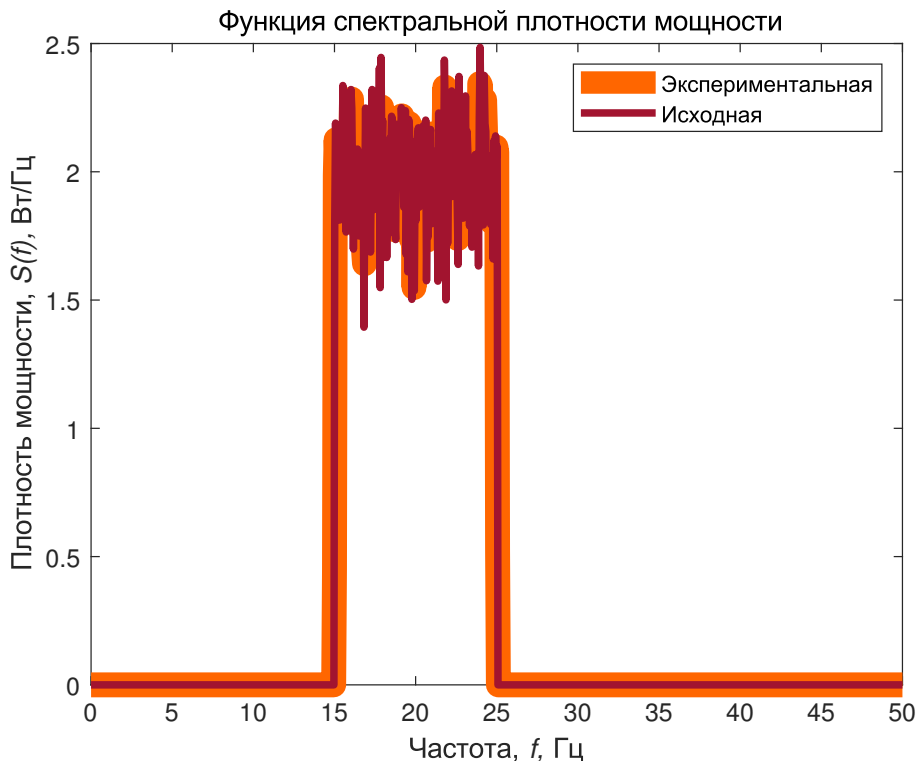
```



2.4. Верификация функции спектральной плотности мощности

```

1 [pf,ff]=periodogram(real(x),rectwin(length(x)),...
2   length(x),fd,'psd'); % Формирование значений
3 % Формирование графика
4 figure; plot(ff,pf,'Color',fColor,'LineWidth',10);
5 set(get(gcf,'CurrentAxes'),'FontSize',10); % Изменение шрифта
6 title({'\rm Функция спектральной плотности мощности'}); % Заголовок
7 xlabel('Частота,\it f,\rm Гц'); % Надпись оси абсцисс
8 ylabel('Плотность мощности,\it S(f),\rm Вт/Гц'); % Надпись оси ординат
9 hold on; plot(f,sFSPM,'Color',eColorDark,'LineWidth',3);
10 legend('Экспериментальная','Исходная');
```



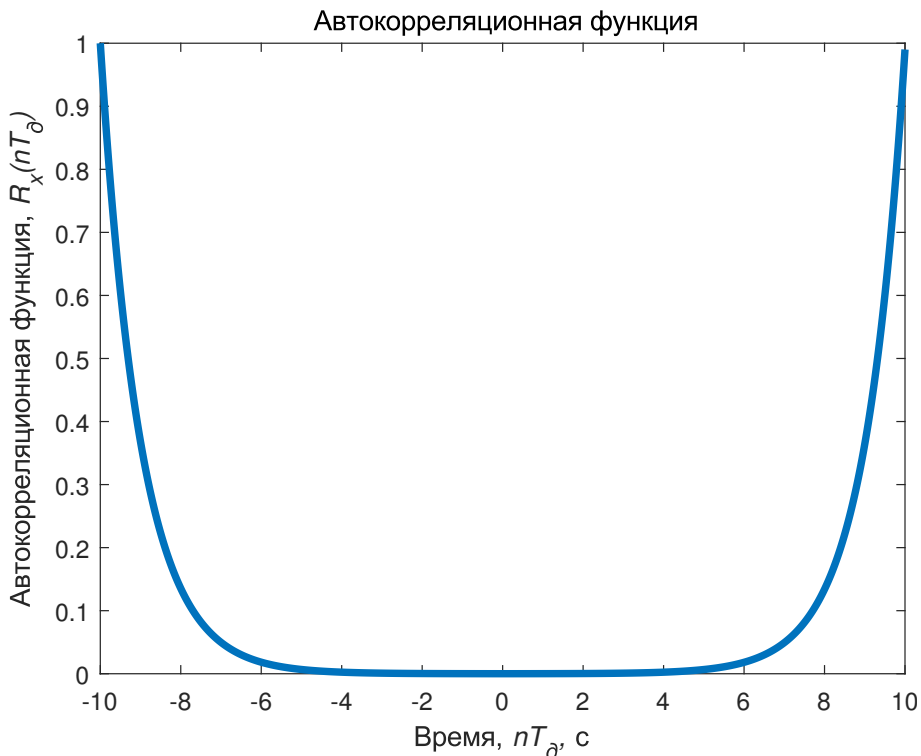
3. Моделирование сигнала по автокорреляционной функции

3.1 Моделирование исходной автокорреляционной функции

```

1  % Моделирование исходной АКФ
2  % Формирование АКФ
3  dt=10; % Длительность сигнала
4  N=1001; % Количество отсчетов сигнала
5  td=dt/(N-1); % Период дискретизации
6  NN=2*N-1; % Количество точек АКФ
7  t=linspace(-dt,dt,NN); % Область определения
8  sACF0=exp(-t(1:NN-N+1));
9  sACF0=sACF0/max(sACF0);
10 sACF=[sACF0(1:end) fliplr(sACF0(2:end))]; % Формирование значений
11 % Формирование графика
12 figure; plot(t,sACF,'Color',tColor,'LineWidth',3);
13 set(get(gcf,'CurrentAxes'),'FontSize',10); % Изменение шрифта
14 title({'\gm Автокорреляционная функция'});
15 xlabel('Время,\it nT_д,\gm c'); % Надпись оси абсцисс
16 ylabel('Автокорреляционная функция,\it R_x(nT_д)'); % Надпись оси ординат

```

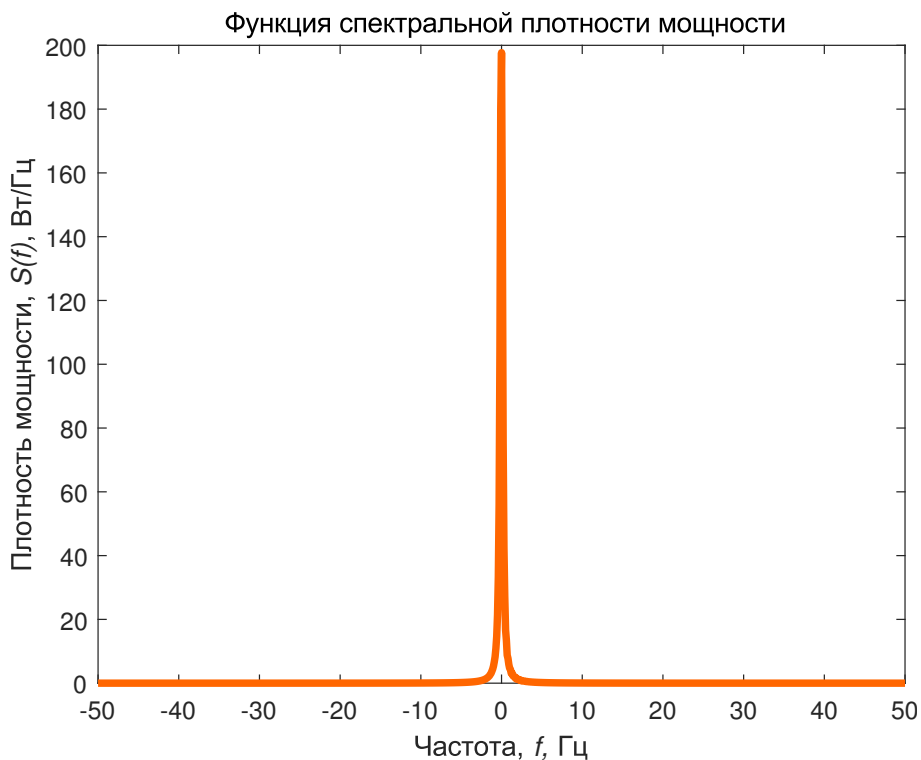


3.2 Моделирование функции спектральной плотности

```

1 % Формирование функции спектральной плотности
2 fd=1/td; % Частота дискретизации
3 f=linspace(-fd/2,fd/2,N); % Область определения
4 aFSPM0=fft(sACF); % Формирование значений
5 aFSPM=decimate(aFSPM0,2);
6 % Формирование графика
7 figure; plot(f,abs(fftshift(aFSPM)),'Color',fColor,'LineWidth',3);
8 set(get(gcf,'CurrentAxes'),'FontSize',10); % Изменение шрифта
9 title({'\rm Функция спектральной плотности мощности'});
10 xlabel('Частота,\it f,\rm Гц'); % Надпись оси абсцисс
11 ylabel('Плотность мощности,\it S(f)\rm, Вт/Гц'); % Надпись оси ординат

```

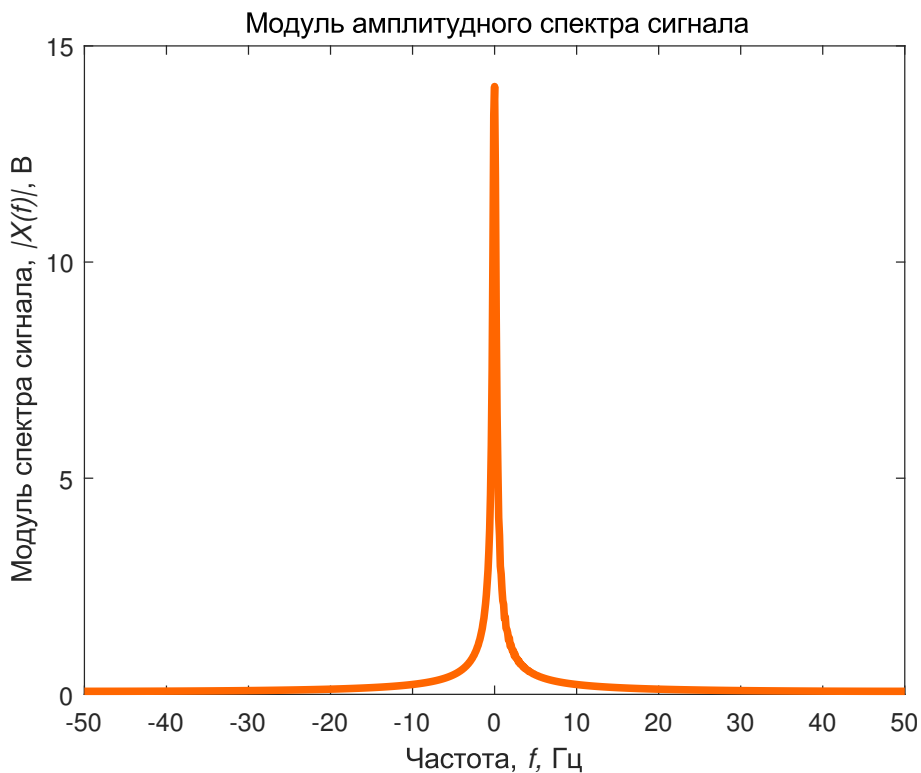



3.3 Моделирование амплитудного спектра сигнала

```

1 % Формирование функции спектральной плотности
2  $sX = \sqrt{aFSPM}$ ; % Формирование значений
3 % Формирование графика
4 figure; plot(f,abs(fftshift(sX)),'Color',fColor,'LineWidth',3);
5 set(get(gcf,'CurrentAxes'),'FontSize',10); % Изменение шрифта
6 title({'\rm Модуль амплитудного спектра сигнала'});
7 xlabel('Частота,\it f,\rm Гц'); % Надпись оси абсцисс
8 ylabel('Модуль спектра сигнала,\it |X(f)|\rm, В'); % Надпись оси ординат

```

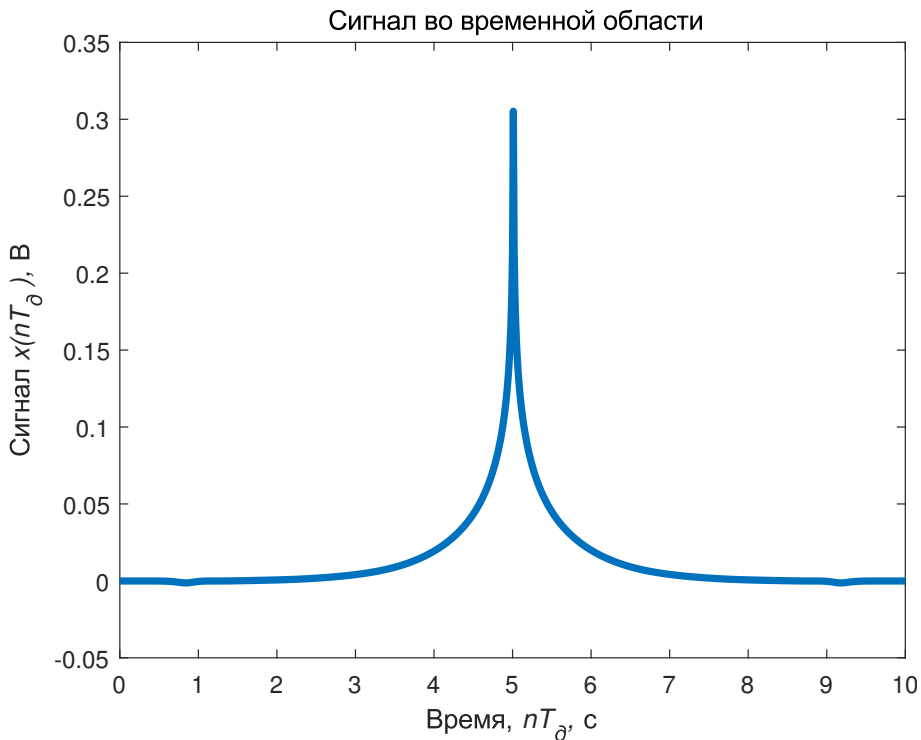


3.5 Моделирование сигнала во временной области

```

1 % Моделирование сигнала во временной области по ФСПМ
2 x=real(ifft(sX)); % Обратное преобразование Фурье
3 x=ifftshift(x); % Смещение сигнала
4 % Формирование графика
5 figure; plot(t(NN-N+1:NN),x,'Color',tColor,'LineWidth',3);
6 set(get(gcf,'CurrentAxes'),'FontSize',10); % Изменение шрифта
7 title({'\rm Сигнал во временной области'}); % Заголовок
8 xlabel('Время,\it nT_д,\rm с'); % Задаем надпись оси абсцисс
9 ylabel('Сигнал\it x(nT_д ),\rm В'); % Задаем надпись оси ординат

```

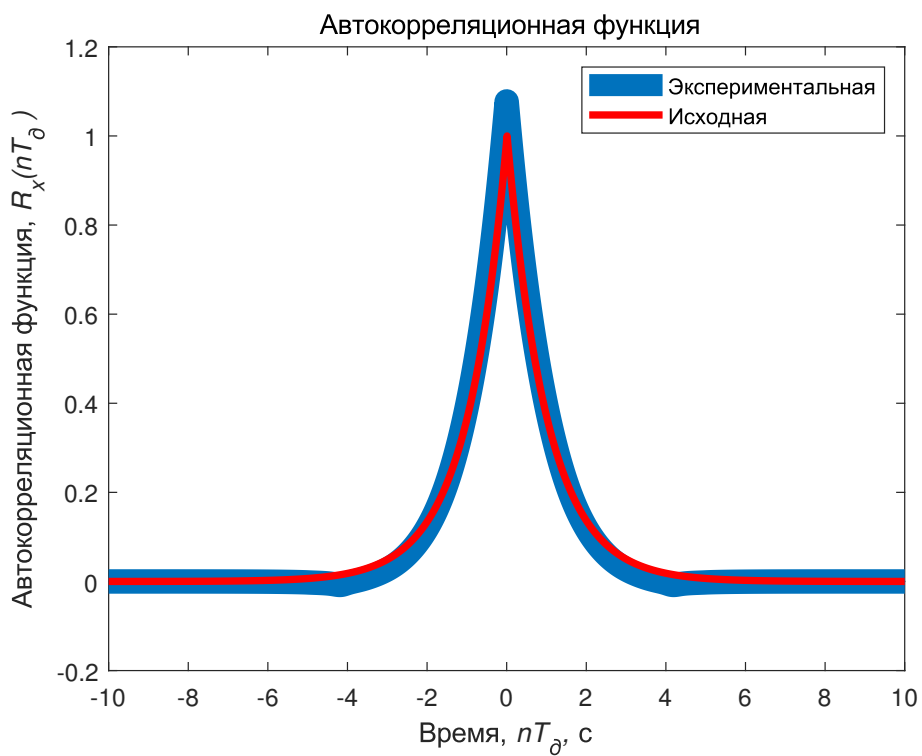


3.6 Верификация автокорреляционной функции

```

1 % Расчет АКФ
2 xACF=xcorr(x,x); % Формирование значений
3 % Формирование графика
4 figure; plot(t,xACF,'Color',tColor,'LineWidth',10);
5 set(get(gcf,'CurrentAxes'),'FontSize',10); % Изменение шрифта
6 title({'\rm Автокорреляционная функция'}); % Заголовок
7 xlabel('Время,\it nT_д,\rm с'); % Задаем надпись оси абсцисс
8 ylabel('Автокорреляционная функция,\it R_x(nT_д)'); % Надпись оси ординат
9 hold on; plot(t,ifftshift(sACF),'Color',Color0,'LineWidth',3);
10 legend('Экспериментальная','Исходная');

```



Варианты заданий для самостоятельной работы

№	Задание	№	Задание
1	Тип: ФСПМ; $f(n) = -0,3n + 1, n \in [0; N];$ $f(n) = f(-n);$ $N = 600; f_d = 5 \text{ Гц.}$	16	Тип: ФСПМ; $f(n) = -4n^2 + 1, n \in [0; N];$ $f(n) = f(-n);$ $N = 2400; f_d = 19 \text{ Гц.}$
2	Тип: ФСПМ; $f(n) = e^{-7n}, n \in [0; N];$ $f(n) = f(-n);$ $N = 4400; f_d = 5 \text{ Гц.}$	17	Тип: АКФ; $f(n) = -8n^2 + 1, n \in [0; N];$ $f(n) = f(-n);$ $N = 700; f_d = 12 \text{ Гц.}$
3	Тип: АКФ; $f(n) = -10n + 1, n \in [0; N];$ $f(n) = f(-n);$ $N = 2200; f_d = 7 \text{ Гц.}$	18	Тип: АКФ; $f(n) = -0,3n^2 + 1, n \in [0; N];$ $f(n) = f(-n);$ $N = 3800; f_d = 10 \text{ Гц.}$
4	Тип: ФСПМ; $f(n) = -8n + 1, n \in [0; N];$ $f(n) = f(-n);$ $N = 3900; f_d = 5 \text{ Гц.}$	19	Тип: АКФ; $f(n) = -9n + 1, n \in [0; N];$ $f(n) = f(-n);$ $N = 2200; f_d = 12 \text{ Гц.}$
5	Тип: АКФ; $f(n) = e^{-7n}, n \in [0; N];$ $f(n) = f(-n);$ $N = 2900; f_d = 8 \text{ Гц.}$	20	Тип: ФСПМ; $f(n) = -0,1n^2 + 1, n \in [0; N];$ $f(n) = f(-n);$ $N = 2200; f_d = 16 \text{ Гц.}$
6	Тип: АКФ; $f(n) = -n + 1, n \in [0; N];$ $f(n) = f(-n);$ $N = 3800; f_d = 17 \text{ Гц.}$	21	Тип: АКФ; $f(n) = e^{-10n}, n \in [0; N];$ $f(n) = f(-n);$ $N = 3000; f_d = 19 \text{ Гц.}$
7	Тип: АКФ; $f(n) = e^{-5n}, n \in [0; N];$ $f(n) = f(-n);$ $N = 1600; f_d = 15 \text{ Гц.}$	22	Тип: АКФ; $f(n) = -5n + 1, n \in [0; N];$ $f(n) = f(-n);$ $N = 1300; f_d = 8 \text{ Гц.}$
8	Тип: ФСПМ; $f(n) = e^{-0,5n}, n \in [0; N];$ $f(n) = f(-n);$ $N = 4400; f_d = 15 \text{ Гц.}$	23	Тип: ФСПМ; $f(n) = e^{-7n}, n \in [0; N];$ $f(n) = f(-n);$ $N = 2600; f_d = 10 \text{ Гц.}$
9	Тип: АКФ; $f(n) = e^{-4n}, n \in [0; N];$ $f(n) = f(-n);$ $N = 1500; f_d = 10 \text{ Гц.}$	24	Тип: ФСПМ; $f(n) = -n + 1, n \in [0; N];$ $f(n) = f(-n);$ $N = 3600; f_d = 14 \text{ Гц.}$
10	Тип: ФСПМ; $f(n) = e^{-0,5n}, n \in [0; N];$ $f(n) = f(-n);$ $N = 800; f_d = 13 \text{ Гц.}$	25	Тип: АКФ; $f(n) = e^{-7n}, n \in [0; N];$ $f(n) = f(-n);$ $N = 4800; f_d = 12 \text{ Гц.}$

№	Задание	№	Задание
11	Тип: ФСПМ; $f(n) = e^{-0,5n}$, $n \in [0; N]$; $f(n) = f(-n)$; $N = 1700$; $f_d = 18$ Гц.	26	Тип: ФСПМ; $f(n) = -n^2 + 1$, $n \in [0; N]$; $f(n) = f(-n)$; $N = 3900$; $f_d = 7$ Гц.
12	Тип: ФСПМ; $f(n) = -2n + 1$, $n \in [0; N]$; $f(n) = f(-n)$; $N = 2000$; $f_d = 8$ Гц.	27	Тип: АКФ; $f(n) = -0,8n + 1$, $n \in [0; N]$; $f(n) = f(-n)$; $N = 2500$; $f_d = 9$ Гц.
13	Тип: ФСПМ; $f(n) = -0,3n^2 + 1$, $n \in [0; N]$; $f(n) = f(-n)$; $N = 2500$; $f_d = 14$ Гц.	28	Тип: ФСПМ; $f(n) = -0,5n + 1$, $n \in [0; N]$; $f(n) = f(-n)$; $N = 1100$; $f_d = 14$ Гц.
14	Тип: АКФ; $f(n) = e^{-5n}$, $n \in [0; N]$; $f(n) = f(-n)$; $N = 4000$; $f_d = 18$ Гц.	29	Тип: ФСПМ; $f(n) = e^{-6n}$, $n \in [0; N]$; $f(n) = f(-n)$; $N = 3000$; $f_d = 10$ Гц.
15	Тип: АКФ; $f(n) = -0,1n + 1$, $n \in [0; N]$; $f(n) = f(-n)$; $N = 2100$; $f_d = 8$ Гц.	30	Тип: ФСПМ; $f(n) = -0,7n + 1$, $n \in [0; N]$; $f(n) = f(-n)$; $N = 4800$; $f_d = 19$ Гц.

Контрольные вопросы

1. Как связаны между собой амплитудный спектр сигнала и функция спектральной плотности мощности сигнала?
2. Сигнал задан на временном интервале с помощью N отсчётов. Чему равно количество отсчётов его автокорреляционной функции?
3. Объясните симметрию автокорреляционной функции.
4. Сигнал с узким или широким главным лепестком автокорреляционной функции предпочтительнее использовать в системах корреляционной обработки сигналов?
5. Можно ли используя преобразование Фурье найти автокорреляционную функцию сигнала?
6. Как связаны между собой функция спектральной плотности мощности и автокорреляционная функция?
7. Можно ли по автокорреляционной функции однозначно восстановить сигнал?

Список литературы

- [1] Сюзев В.В. *Основы теории цифровой обработки сигналов. Учебное пособие*. Издательство «РТСофт», 2014, с. 752.
- [2] Толкачева И.О. Строгалев В.П. *Имитационное моделирование: учебное пособие*. Издательство МГТУ им.Н.Э.Баумана, 2015, с. 295.
- [3] Глинченко А.С. *Цифровая обработка сигналов. Версия 1.0 [Электронный ресурс] : курс лекций*. Сибирский федеральный университет, 2008, с. 242.
- [4] Варакин Л. Е. *Системы связи с шумоподобными сигналами*. М.: Радио и связь, 1985, с. 384.
- [5] Дахнович А.А. *Дискретные системы и цифровая обработка сигналов. Учебное пособие*. Издательство ТГТУ, 2007, с. 70.
- [6] Слоан Н.Д. Макуильямс Ф.Д. “Псевдослучайные последовательности и таблицы”. В: *ТИИЭР* 64.12 (1976), с. 80—95.
- [7] Golomb S. *Shift Register Sequences*. University of Southern California, USA, 2017, с. 272.
- [8] Волошинов А.В. *Математика и искусство*. Просвещение, 2000, с. 335.
- [9] Полухин А.А. Балк М.Б. Балк Г.Д. “Реальные применения мнимых чисел”. В: *Киев: Радянська школа* (1988).
- [10] Спрингер Дж. *Введение в теорию римановых поверхностей*. Издательство иностранной литературы, 1960.
- [11] Frank A. Farris M. “Visualizing complex-valued functions in the plane”. В: *АМС* 10 (1997), с. 12.
- [12] Herman G.T. Levkowitz H. “GLHS: A Generalized Lightness, Hue, and Saturation Color Model”. В: *CVGIP: Graphical Models and Image Processing* 55.4 (1993), с. 271—285. ISSN: 1049-9652. DOI: <https://doi.org/10.1006/cgip.1993.1019>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1049965283710199>.
- [13] Krzysztof Galkowski и Jeff David Wood. *Multidimensional signals, circuits and systems*. CRC Press, 2001.
- [14] *Рекомендация МСЭ-R ВТ. 601-7 (03/2011) Студийные параметры кодирования цифрового телевидения для стандартного 4:3 и широкоэкранный 16:9 форматов*.
- [15] Сюзев В.В. и др. *Методы имитации сигналов в научных задачах моделирования информационно-управляющих систем реального времени*. ООО «РУСАЙНС», 2021, с. 326.
- [16] Эммануил Айфичер и Барри Джервис. “Цифровая обработка сигналов. Практический подход.” В: (2004).

ОБ АВТОРАХ



СОТНИКОВ АЛЕКСЕЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ

КАНДИДАТ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК, ДОЦЕНТ КАФЕДРЫ
«КОМПЬЮТЕРНЫЕ СИСТЕМЫ И СЕТИ», НАЧАЛЬНИК
СЕКТОРА НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО ИНСТИТУТА
ИНФОРМАТИКИ И СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ
МГТУ ИМ. Н.Э. БАУМАНА



КИМ ТАМАРА АЛЕКСАНДРОВНА

АСПИРАНТКА И АССИСТЕНТ КАФЕДРЫ
«КОМПЬЮТЕРНЫЕ СИСТЕМЫ И СЕТИ»,
ПРОГРАММИСТ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО
ИНСТИТУТА ИНФОРМАТИКИ И СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ
МГТУ ИМ. Н.Э. БАУМАНА



РОЗАНОВ ИВАН АЛЕКСАНДРОВИЧ

АСПИРАНТ КАФЕДРЫ «КОМПЬЮТЕРНЫЕ СИСТЕМЫ И
СЕТИ» МГТУ ИМ. Н.Э. БАУМАНА

ИЗДАТЕЛЬСТВО
«НАУКОЕМКИЕ ТЕХНОЛОГИИ»

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ, 2022